Untersuchung der von Condensatorfunken ausgehenden gedämpften Schallwellen.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

der hohen

philosophischen Fakultät der Kgl. Universität Breslau

vorgelegt

und mit ihrer Genehmigung veröffentlicht

von

Wolfgang Stockmann.

Freitag, den 13. Oktober 1911, 11½ Uhr
in der Aula Leopoldina:

Vortrag:

Über den Druck von Wellen

und

Promotion.

ACAD. LAND. HAT. BIBL.

Breslau 1911.

Druck von Grass, Barth & Comp. (W. Friedrich) in Breslau.

Die vorliegende Druckschrift umfaßt nur den größeren Teil der vollständigen Arbeit, die unter dem Titel: „Über Interferenz und Beugung von kurzen, gedämpften Schallwellen“ der philosophischen Fakultät vorgelegt wurde.

Gedruckt mit Genehmigung der hohen philosophischen Fakultät der Kgl. Universität Breslau.

Referent: Prof. **Dr. Pringsheim.**
Korreferent: Prof. **Dr. Lummer.**

Examen rigorosum: **1. März 1911.**

Meinen Eltern

gewidmet.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543112_0065

Die vorliegenden Untersuchungen wurden unternommen im Anschluß an die Arbeit von W. Altberg: Über kurze akustische Wellen bei Kondensatorentladungen[1]). Altberg zeigte, daß der Funke eines elektrischen Schwingungskreises interferenzfähige Luftwellen aussendet, deren Intensität durch den Lebedewschen Schalldruckapparat gemessen werden kann, und deren Schwingungsdauer annähernd gleich ist der halben Periode des elektrischen Systems. In der Absicht, solche Luftwellen zur Durchführung von Resonanzversuchen zu benutzen, hat Herr Professor Lummer mich veranlaßt, im hiesigen Institut Versuche in dieser Richtung aufzunehmen. Ich habe mir dabei die Aufgabe gestellt, zunächst die Ergebnisse der Altbergschen Arbeit nachzuprüfen, dann aber — über seine Absichten und Methoden hinausgehend — möglichst viele Tatsachen festzustellen, die über die Art und die Entstehung dieser kleinsten Luftwellen einige Aufklärung geben können.

Die Methode, die Altberg zum Nachweis und zur Ausmessung der untersuchten Luftwellen benutzte, war die Beugungsmethode in Fraunhoferscher Anordnung. Die von dem nahezu punktförmigen Funken divergent ausgehenden Wellen wurden durch den Kollimatorspiegel eines Spiegelspektrometers parallel gemacht und fielen senkrecht auf ein gitterähnliches Diafragma mit mehreren Spalten, deren Abstand gleich ihrer Breite war. Hinter demselben befand sich ein zweiter Hohlspiegel, der alle in einer bestimmten Richtung vom Gitter ausgehenden Wellen auf dem Glimmerflügel eines Lebedewschen Schalldruckapparates vereinigte. Der zweite Spiegel und der Meßapparat standen fest; Funkenstrecke, Kollimatorspiegel und Gitter waren fest mit einander verbunden und um die Spektrometerachse drehbar, so daß die jeweils gemessenen Wellen unter verschiedenen Winkeln vom Gitter ausgingen. Die beobachtete Intensitätsverteilung als Funktion des Beugungswinkels zeigte dann Maxima und Minima, aus deren Winkelabstand von der Mitte das Verhältnis der Wellenlänge zur Gitterperiode entnommen wurde.

Diese Anordnung wurde zum Zwecke der Vorversuche möglichst ähnlich nachgebildet und studiert. Es zeigte sich aber bald, daß sie zu einer ge-

[1]) W. Altberg, Ann. d. Phys. 23. p. 267. 1907.

naueren Untersuchung der erhaltenen Wellen nicht sonderlich geeignet ist, selbst wenn diese ungedämpft sind. Und das ist sicher nicht der Fall. Der Mangel der Methode liegt vor allem in dem bedeutenden Abfall der Intensität mit wachsendem Beugungswinkel. Bei gut meßbarer Intensität im Mittelbild (Maximum 0ter Ordnung) fallen schon die Maxima erster Ordnung ziemlich niedrig aus, und Maxima von höherer Ordnung — die nächsten würden schon von 3ter Ordnung sein, da die geraden Maxima ausfallen — sind kaum deutlich zu beobachten. Nun kann man zwar die auffallende Intensität so weit steigern, bis das erreicht ist. Dann aber wird die Intensität in der Mitte des Beugungsbildes zu groß, als daß sie bei derselben Empfindlichkeit des Apparates noch gemessen werden könnte und liegt zum mindesten außerhalb der Grenzen, in denen noch Proportionalität zwischen Intensität und Ausschlag besteht — ganz abgesehen davon, daß es recht schwierig ist, die Strahlung einer so intensiv erregten Funkenstrecke leidlich konstant zu halten.

Die geringe Intensität der Beugungsmaxima höherer Ordnungen ist nun allerdings ziemlich belanglos, wenn es wie bei Altberg nur auf die Ausmessung der Wellenlängen ankommt. Dagegen wirkt sie sehr störend, wenn man darauf ausgeht, die Dämpfung der fraglichen Luftwellen zu untersuchen, wie das vor allem das Ziel meiner Arbeit war. Denn dazu muß man die Interferenzen bis in möglichst hohe Ordnungen quantitativ verfolgen können, und das ist bei Beugungsbeobachtungen eben unmöglich.

Dagegen erweist sich hier als recht vorteilhaft eine Methode direkter Interferenz: die Boltzmannsche Zwei-Spiegel-Methode, die zur Bestimmung der Wellenlänge elektrischer Wellen schon vielfach angewendet worden ist, und diese Methode habe ich nun als Hauptmittel zur Untersuchung der in Frage stehenden Wellen ausgearbeitet.

Dazu wurde die experimentelle Anordnung derart abgeändert, daß die zu untersuchenden Strahlen nicht direkt, sondern durch Reflexion an einer ebenen Wand von dem ersten nach dem zweiten Hohlspiegel gelangten (cf. Fig. 1). Diese Wand besteht aus einem geteilten Planspiegel, dessen eine Hälfte fest steht, während die andere parallel zur ersten meßbar verschoben werden kann. Dadurch wird das auffallende Parallelstrahlenbündel zerlegt in zwei Teile, denen man meßbare Gangunterschiede erteilen kann und die dann nach Vereinigung durch den zweiten Spiegel mit einander interferieren. Der Hauptvorteil der Anordnung liegt darin, daß man diese Gangunterschiede um mehrere Ordnungen der betr. Wellenlänge variieren kann, ohne eine erhebliche Veränderung der Intensität. Im allgemeinen kann man daher die Interferenzen so weit verfolgen, als es die Dämpfung der untersuchten Wellen zuläßt.

Um zu zeigen, was die angewandte Methode für die Untersuchung zu leisten vermag, soll zunächst eine Berechnung der zu erwartenden Intensitätsverteilung durchgeführt werden.

Dabei müssen die interferierenden Wellen als gedämpft angesetzt werden. Nach welchem Gesetz das Abklingen erfolgt, kann von vornherein nicht gesagt werden. Man muß also darüber eine spezielle Annahme machen, und die einfachste ist die, daß die Abnahme der Amplituden mit der Zeit durch eine Exponentialfunktion dargestellt wird. Ein Vergleich der beobachteten mit den so berechneten Kurven wird dann die etwaigen Abweichungen von diesem Gesetz und damit auch ein Mittel zur Erkennung des tatsächlich anzunehmenden Gesetzes ergeben.

Diese Grundannahme ist dieselbe, die bisher fast ausnahmslos zur Behandlung aller analogen Erscheinungen an elektrischen Wellen gemacht wurde. Es ist daher nur natürlich, daß die hier durchzuführenden Rechnungen in engem Zusammenhang stehen mit den betr. Arbeiten über elektrische Wellen, vor allem mit denen von Clemencic und Czermak und von V. Bjerknes. Die zuerst genannten Autoren behandeln an elektrischen Wellen dasselbe Problem, wie es hier vorliegt; ihre Berechnungen sind jedoch nicht ganz einwandfrei und führen nur angenähert zu dem einfachen Ergebnis, das sich in Strenge erreichen läßt. Auch V. Bjerknes behandelt ein eng verwandtes Problem bei der Untersuchung stehender elektrischer Wellen längs einer Drahtleitung.

Bei einer möglichst geschlossenen Darstellung des Ganzen, die vor allem in Rücksicht auf die Behandlung des Beugungsproblems [1]) als wünschenswert erschien, ist es daher unvermeidlich z. T. Gedankengänge und Formeln zu wiederholen, die auch schon anderswo gedruckt stehen. Im Interesse einer möglichst vollständigen Lösung des Problems und mit Rücksicht auf die für elektrische Wellen gebräuchliche Meßmethode, sollen die Rechnungen ausgedehnt werden auch auf den Fall eines abgestimmten Empfängers.

Berechnung der resultierenden Elongation.

Die allgemeinen Tatsachen, die die Grundlage für die Rechnung bilden, sind durch die oben beschriebene Versuchsanordnung folgendermaßen bestimmt:

Zwei ebene, zu einander parallele Wellenzüge von gleicher Wellenlänge, gleicher Anfangsamplitude und Dämpfung laufen mit einem bestimmten Gangunterschied neben einander her und werden in einer gemeinsamen Wellenebene M zur Interferenz gebracht. Ihre Elongationen werden dabei als hinreichend klein angenommen, so daß die resultierende nach dem Prinzip der ungestörten Superposition gefunden werden kann. Diese ist zunächst für jeden Zeitpunkt zu berechnen.

Im folgenden bezeichne stets t die fortschreitende Zeit, $n = \frac{2\pi}{\tau}$ die Frequenz der vom Erreger ausgehenden Schwingungen, A ihre Anfangs-

[1]) hier nicht mit abgedruckt.

amplitude und k ihren Dämpfungsfaktor, T sei der zeitliche Abstand der periodischen Impulse (z. B. des Induktors), die den Erreger in Schwingungen versetzen und $\bar{t}$ die Zeit, in der diese Impulse im Erreger so weit abklingen, daß sie ihre Wirkung nach außen verlieren. Dabei ist $\bar{t}$ kleiner als T, so daß die von den einzelnen Impulsen herrührenden Schwingungen sich nicht überlagern. Schließlich sei ϑ die zeitliche Verschiebung der beiden Wellenzüge gegen einander.

Definieren wir dann als $t = 0$ den Zeitpnnkt, wo die spätere der beiden Wellen in M eintrifft, so ist die von ihr in M erzeugte Elongation als Funktion von t gegeben durch den Ausdruck:

(1.) $$A \cdot e^{-kt} \sin n\, t$$

und zwar im Intervall: $t = 0$ bis $t = \bar{t}$.

Die andere Welle hat gegen diese einen zeitlichen Vorsprung vom Betrage ϑ. Die von ihr in M erzeugte Elongation ergibt sich daher aus dem obigen Ausdruck dadurch, daß t ersetzt wird durch $t + \vartheta$. Das liefert:

$$A \cdot e^{-k(t+\vartheta)} \sin n\,(t + \vartheta).$$

und zwar im Intervall: $t = -\vartheta$ bis $t = \bar{t} - \vartheta$.

Demnach ist die resultierende Elongation in vier aufeinander folgenden Zeitintervallen durch verschiedene Ausdrücke gegeben.

Im ersten Intervall, von $-\vartheta$ bis 0, existiert nur die von der ersten Welle erzeugte Elongation; im zweiten, von 0 bis $\bar{t} - \vartheta$, koexistieren beide Wellen und addieren ihre Elongationen algebraisch, im dritten Intervall, von $\bar{t} - \vartheta$ bis $\bar{t}$, existiert nur noch die Elongation der zweiten Welle, und im vierten herrscht in M vollkommene Ruhe.

Von da an wiederholt sich alles in derselben Weise, so daß man sich auf die Betrachtung eines Zeitraumes von der Dauer T beschränken darf, beginnend mit $t = -\vartheta$.

Für die Elongationen der drei ersten Intervalle sollen die Abkürzungen: E_1, $\bar{E}$ und E_2 gebraucht werden. Das Gesagte lautet dann in Formeln:

(2.)
$$\begin{aligned}
&\text{von } t = -\vartheta \text{ bis } t = 0 && E_1 = A \cdot e^{-k(t+\vartheta)} \sin n\,(t + \vartheta).\\
&\text{von } t = 0 \text{ bis } \bar{t} = t - \vartheta && \bar{E} = A \cdot e^{-k(t+\vartheta)} \sin n\,(t + \vartheta)\\
& && \quad + A \cdot e^{-kt} \sin n\, t.\\
&\text{von } t = \bar{t} - \vartheta \text{ bis } t = \bar{t} && E_2 = A \cdot e^{-kt} \sin n\, t.\\
&\text{von } t = \bar{t} \text{ bis } t = T - \vartheta && E = 0.
\end{aligned}$$

Nach einer kleinen Umformung erhält man $\bar{E}$ in der Gestalt:

$$\bar{E} = A \cdot e^{-kt} (a \sin n\, t + b \cos n\, t),$$

worin:

$$a = 1 + e^{-k\vartheta} \cos n\, \vartheta; \quad b = e^{-k\vartheta} \sin n\, \vartheta.$$

Die Energie der resultierenden Welle, die gemessen wird durch das Quadrat der Elongation, ist demnach bis auf einen konstanten Faktor als Funktion der Zeit gegeben durch die Ausdrücke:

(3.)
$$\begin{aligned}
&\text{von } -\vartheta \text{ bis } 0, && Q_1 = A^2 \cdot e^{-2k(t+\vartheta)} \sin^2 n\,(t+\vartheta).\\
&\text{von } 0 \text{ bis } \bar{t}-\vartheta, && \bar{Q} = A^2 \cdot e^{-2kt}\,(a \sin n\,t + b \cos n\,t)^2.\\
&\text{von } \bar{t}-\vartheta \text{ bis } \bar{t}, && Q_2 = A^2 \cdot e^{-2kt} \sin^2 n\,t.\\
&\text{von } \bar{t} \text{ bis } T-\vartheta, && Q = 0.
\end{aligned}$$

Welche Wirkung diese Energie hervorbringt, das hängt ganz ab von der Natur des in der Ebene M — bezw. im Brennpunkt des zweiten Hohlspiegels — vorzustellenden Meßapparates. Und hier hat man streng zu scheiden zwischen zwei wesentlich verschiedenen Fällen:

1. dem Fall eines „indifferenten“ und
2. dem Fall eines abgestimmten Empfängers.

Die Apparate der ersten Art geben ein Maß für die gesamte auf sie einwirkende Energie. Da sie stets eine gewisse Trägheit besitzen, geben sie allerdings nicht den momentanen Wert, sondern den zeitlichen Mittelwert der Energie an; sie sind aber aus diesem Grunde ebenso befähigt, auf intermittierende wie auf kontinuierliche Erregung anzusprechen. Zu den Apparaten dieser Art gehört neben vielen anderen der im experimentellen Teil dieser Arbeit benutzte Lebedewsche Schalldruckapparat.

Die Apparate der zweiten Art empfangen die zu messende Energie nicht direkt aus dem sie umgebenden Medium, sondern von einem vorgeschalteten schwingenden System, das unter deren Einfluß erzwungene Schwingungen ausführt. Bei ihrer Verwendung wird also nicht der Mittelwert der auffallenden Energie beobachtet, sondern die mittlere Intensität des Mitschwingens im Resonator. Solche Apparate sind bisher wohl ausschließlich zur Messung elektrischer Wellen benutzt worden u. zw. in Gestalt von Resonatoren, die direkt mit einem Thermoelement verbunden sind.

Für beide Arten von Meßvorrichtungen soll nun das vorliegende Problem durchgeführt werden.

Lösung für den Fall des „indifferenten“ Empfängers.

Im Fall eines indifferenten Empfängers hat man zum Vergleich mit den Beobachtungen den zeitlichen Mittelwert der auf ihn entsandten Energie zu berechnen, die hier durch die Ausdrücke Q gegeben ist. Dieser Mittelwert kann aus der Dauer einer Periode T berechnet werden, da diese sich ganz gleichmäßig wiederholen.

Man hat also zu bilden:

$$W = \frac{1}{T}\int_{-\vartheta}^{T-\vartheta} Q\,dt = \frac{1}{T} \cdot \left\{ \int_{-\vartheta}^{0} Q_1\,dt + \int_{0}^{\bar{t}-\vartheta} \bar{Q}\,dt + \int_{\bar{t}-\vartheta}^{\bar{t}} Q_2\,dt \right\}.$$

Die Auswertung der einzelnen Integrale läßt sich zurückführen auf zwei Formeln, die man leicht durch partielle Integration gewinnt

$$\int_0^x e^{-kx} \cos nx\, dx = \frac{e^{-kx}}{n^2+k^2}(n \sin nx - k \cos nx)$$

(4.)

$$\int_0^x e^{-kx} \sin nx\, dx = \frac{-e^{-kx}}{n^2+k^2}(n \cos nx + k \sin nx).$$

Man erhält dann:

$$\int_{-\vartheta}^{0} Q_1\, dt = \int_0^{\vartheta} A^2 \cdot e^{-2kx} \sin^2 nx\, dx, \qquad \begin{matrix} x = t+\vartheta \\ dx = d(t+\vartheta) = dt \end{matrix}$$

$$= \frac{A^2}{2} \cdot \int_0^{\vartheta} e^{-2kx} dx - \frac{A^2}{2} \cdot \int_0^{\vartheta} e^{-2kx} \cos 2nx\, dx$$

$$\int_{-\vartheta}^{0} Q_1\, dt = \frac{A^2}{4k} \cdot (1 - e^{-2k\vartheta})$$

$$- \frac{A^2}{4(n^2+k^2)}\left[n \cdot e^{-2k\vartheta} \sin 2n\vartheta + k \cdot (1 - e^{-2k\vartheta} \cos 2n\vartheta)\right].$$

Ganz analog erhält man:

$$\int_0^{\overline{t}-\vartheta} \overline{Q}\, dt = A^2 \cdot \int_0^{\overline{t}-\vartheta} dt \cdot e^{-2kt} (a \sin nt + b \cos nt)^2$$

$$= A^2 \cdot \left\{ \frac{a^2+b^2}{2} \cdot \int_0^{\overline{t}-\vartheta} dt \cdot e^{-2kt} - \frac{a^2-b^2}{2} \cdot \int_0^{\overline{t}-\vartheta} dt \cdot e^{-2kt} \cos 2nt \right.$$

$$\left. + ab \cdot \int_0^{\overline{t}-\vartheta} dt \cdot e^{-2kt} \sin 2nt \right\}.$$

Da man $e^{-2k(\overline{t}-\vartheta)}$ gegen 1 vernachlässigen darf, so braucht man nur die unteren Grenzwerte zu bilden und erhält:

$$\int_0^{(\overline{t}-\vartheta)} \overline{Q}\, dt = A^2 \cdot \left\{ \frac{a^2+b^2}{4k} - \frac{a^2-b^2}{4 \cdot (n^2+k^2)} \cdot k + \frac{2ab}{4(n^2+k^2)} \cdot n \right\}.$$

$$= \frac{A^2}{4k} \cdot (1 + e^{-2k\vartheta} + 2e^{-k\vartheta} \cos n\vartheta)$$

$$- \frac{A^2}{4(n^2+k^2)} \left[2 \cdot e^{-k\vartheta} \cdot (k \cos n\vartheta - n \sin n\vartheta)\right.$$

$$\left. + k \cdot (1 + e^{-2k\vartheta} \cos 2n\vartheta) - n \cdot e^{-2k\vartheta} \sin 2n\vartheta \right].$$

Das dritte Integral kann vernachlässigt werden, da, wie man sich leicht überzeugt, alle seine Glieder mit dem Faktor e^{-2kt} behaftet sind. Durch Vereinigung der beiden entwickelten Integrale erhält man dann:

$$W = \frac{1}{T} \cdot \left\{ \frac{A^2}{2k} \cdot (1 + e^{-k\vartheta} \cos n\vartheta) \right.$$

$$\left. - \frac{A^2}{4(n^2+k^2)} \left[2k \cdot (1 + e^{-k\vartheta} \cos n\vartheta) - 2n \cdot e^{-k\vartheta} \sin n\vartheta \right] \right\}.$$

und schließlich:

$$(I.) \qquad W = \frac{A^2}{2kT} \cdot \frac{n^2}{n^2+k^2} \left(1 + e^{-k\vartheta} \cos n\vartheta + \frac{k}{n} \cdot e^{-k\vartheta} \sin n\vartheta \right).$$

Solange die Dämpfung nicht sehr stark ist, wird das Quadrat der meist beträchtlichen Frequenzzahl n gegenüber dem Quadrat von k so groß sein, daß der zweite Faktor vor der Klammer mit großer Annäherung = 1 gesetzt werden kann.

$$(Ia.) \qquad W = \frac{A^2}{2kT} \cdot \left(1 + e^{-k\vartheta} \cos n\vartheta + \frac{k}{n} \cdot e^{-k\vartheta} \sin n\vartheta \right).$$

Ist die Dämpfung so klein, daß $\frac{k}{n}$ schon in erster Potenz gegen 1 zu vernachlässigen ist, so erhält man die vereinfachte Formel:

$$(Ib.) \qquad W = \frac{A^2}{2kT} \cdot (1 + e^{-k\vartheta} \cos n\vartheta),$$

die ohne weiteres in die für ungedämpfte Wellen gültige übergeht, da für $k = 0$, $T = \infty$ zu setzen ist, so daß der Faktor

$$\frac{A}{2kT}$$

endlich bleibt.

Diskussion der erhaltenen Formel.

Betrachten wir nun den allgemeinen Ausdruck (Ia.) für W abgesehen von den konstanten Faktoren. Derselbe liefert, als Funktion von ϑ, eine Kurve, die in so enger Beziehung zur Gestalt der interferierenden Welle steht, daß sie als ein Bild derselben bezeichnet werden kann. Denn das Hauptglied unterscheidet sich von dem Ausdruck für die Schwingungsform der untersuchten Welle[1]) nur durch den Cosinus, der statt des Sinus auftritt; es stimmt mit ihm überein in der Periode und Dämpfung. Das letzte Glied aber ist im allgemeinen klein und bewirkt nur geringe Veränderungen an dem Kurvenbild.

In jedem Falle, auch wenn k nicht klein gegen n ist, liefert die Kurve eine einfache Bestimmung der Werte von n und k.

---

[1]) pag. 4. Gl. (1.)

Dazu dienen diejenigen Punkte der Kurve, für die:

$$\cos n \vartheta = \pm 1$$

ist. Dieselben sind nicht identisch mit den Umkehrpunkten der Kurve; es sind vielmehr die Punkte, in denen die Kurve die darüber gelegte Exponentielle berührt.

Die Abszissen dieser Punkte, ϑ_h, sind gegeben durch die Gleichung:

$$n \cdot \vartheta_h = h \cdot \pi, \quad h = 0, 1, 2, \ldots$$

Sie liefern zur Bestimmung von n oder τ die Gleichungen:

$$n = \frac{\pi \cdot h}{\vartheta_h}$$

und:

$$\tau = 2 \cdot \frac{\vartheta_h}{h}.$$

Drückt man die ϑ_h durch die entsprechenden Werte des Gangunterschiedes s aus:

$$s_h = v \cdot \vartheta_h,$$

worin v die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen ist, so erhält man für die Wellenlänge:

$$\lambda = v \cdot \tau = 2 \cdot \frac{s_h}{h}.$$

Die Ordinaten der betrachteten Punkte liefern in bezug auf die Mittellinie:

$$\frac{A^2}{2 k T}$$

die Kurve:

$$y_h = \pm e^{-k \vartheta_h},$$

dargestellt durch soviele Punkte, als Maxima und Minima von W vorhanden sind. Daraus erhält man:

$$k = \frac{\ln y_0 - \ln y_h}{\vartheta_h - \vartheta_0}$$

Für das natürliche logarithmische Dekrement

$$\delta = k \cdot \tau = 2 \pi \cdot \frac{k}{n}$$

folgt dann:

$$\delta = 2 \cdot \frac{\ln y_0 - \ln y_h}{h}.$$

Dabei ist h die Ordnungszahl des benutzten Umkehrpunktes.

Zu beachten ist, daß an den Stellen, die zur Bestimmung von n und k, bezw. λ und δ dienen, das letzte Glied im Ausdruck für W verschwindet.

Anmerkung über die Phase.

Die Ergebnisse der bisherigen Rechnungen, soweit sie das Hauptglied in (I) betreffen, sind im wesentlichen schon von den obengenannten

Autoren hergeleitet worden. Dagegen findet sich meines Wissens in der Literatur noch nichts von einer recht interessanten Bemerkung, die das zweite Glied in (I) betrifft.

Die Bedeutung dieses Gliedes erhellt aus einer etwas anderen Schreibweise des Ausdrucks (Ia).

(Ic.) $$W = \frac{A^2}{2kT} \cdot \left[1 + e^{-k\vartheta} \cos\left(n\vartheta - \operatorname{arc\,tg}\frac{k}{n}\right)\right]$$

d. h. dem letzten Gliede in (I) entspricht eine Phasenverschiebung des ganzen Wellenbildes, das die Interferenzkurve darstellt.

Das Merkwürdige daran ist nun, daß der Sinn dieser Verschiebung eng zusammenhängt mit der Phase, die die interferierende Welle bei ihrem Einsetzen hat.

Diese ist bei den bisherigen Berechnungen ganz speziell gewählt worden; denn die Schwingungsform des Erregers (1) wurde als gedämpfte Sinusfunktion ohne allgemeine Phasenkonstante angesetzt. Die allgemeine Durchführung des Problems unter Berücksichtigung aller möglichen Phasen des Beginns würde recht umständlich ausfallen und für die Darstellung der tatsächlichen Verhältnisse geringe Bedeutung haben. Von Interesse ist aber der andere Spezialfall, daß die Phasenkonstante den Wert $\frac{\pi}{2}$ annimmt. Zur Lösung für diesen Fall hat man einfach in dem Ausdruck (1) für die interferierende Welle den Sinus durch den Cosinus zu ersetzen, also:

(1a.) $$A \cdot e^{-kt} \cos nt.$$

Führt man mit diesem Ansatz die Rechnungen in ganz derselben Weise durch, so erhält man:

(Id.) $$W = \frac{A^2}{2kT} \cdot \left[1 + e^{-k\vartheta} \cos\left(n\vartheta + \operatorname{arc\,tg}\frac{k}{n}\right)\right]$$

d. h. denselben Ausdruck wie (Ic), in dem aber die Phasenverschiebung das entgegengesetzte Zeichen trägt.

Hierin aber liegt ein wesentlicher Unterschied gegen die Ergebnisse, die man für ungedämpfte Wellen ($k = 0$) erhalten würde. Für diese würde die Interferenzkurve gegeben sein durch eine reine Cosinusfunktion, unabhängig von der Phase, mit der die interferierenden Wellen einsetzen. Bei gedämpften Wellen dagegen wird auch die Phase ihres Beginns in der Interferenzkurve erkennbar. Die interferierende Welle ist eine Sinus- oder Cosinusfunktion, je nachdem die Phasenkonstante der Interferenzkurve das negative oder positive Zeichen trägt.

Voraussetzung für die Deutlichkeit dieser Unterscheidung ist natürlich, daß die Größe $\frac{k}{n}$ einigermaßen merklich ist, d. h. daß die Dämpfung nicht zu schwach ist.

Das Gesamtergebnis der bisher durchgeführten Rechnungen läßt sich kurz folgendermaßen aussprechen:

Die Interferenzkurve, wie sie mit einem indifferenten Meßapparat beobachtet werden kann, zeigt stets dieselbe Periode und dieselbe Dämpfung, wie die interferierende Welle. Bei schwacher Dämpfung ist sie sogar im wesentlichen identisch mit der Schwingungsform der betreffenden Welle; bei starker Dämpfung zeigt sie dagegen systematische Abweichungen von dieser Schwingungsform. Daraus kann die Phase bestimmt werden, mit der die untersuchten Schwingungen einsetzen.

Schwingungsform eines abgestimmten Empfängers.

Zur Lösung des Problems für den Fall eines abgestimmten Empfängers müssen wir zurückgehen auf die oben (pag. 4) angegebenen Ausdrücke (2) für die in M resultierende Elongation. Sie geben den zeitlichen Verlauf der äußeren Kraft an, die auf den Resonator wirkt und ihn in erzwungene Schwingungen versetzt. Gemessen wird der zeitliche Mittelwert der Intensität dieser Resonatorschwingungen.

Zur Vereinfachung der Formeln soll hier eine Bezeichnungsweise eingeführt werden, wie sie V. Bjerknes[1]) in seinen Arbeiten über elektrische Resonanz verwendet, und die im Vergleich mit der bisherigen homogen genannt werden kann.

Es bezeichne A, a, α die Anfangsamplitude, zyklische Schwingungszahl (in 2π Sekunden) und den Dämpfungsfaktor der äußeren Kraft — also auch des Erregers — ebenso b und β die Frequenz und den Dämpfungsfaktor des Resonators.

Die Amplitude der Resonatorschwingungen ist bestimmt als Lösung der Diff. Gl.

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta\frac{d\varphi}{dt} + (b^2+\beta^2)\varphi = F(t) \tag{5.}$$

F(t), die äußere Kraft, ist in dieser Bezeichnungsweise und transformiert auf den Beginn mit $t = 0$ gegeben durch die den E_1, $\bar{E}$ und E_2 entsprechenden Ausdrücke:

(6.)

von $t = 0$ bis $t = \vartheta$, $\quad F_1(t) = A \cdot e^{-\alpha t} \sin a\, t.$

von $t = \vartheta$ bis $t = \bar{t}$, $\quad \bar{F}(t) = A \cdot e^{-\alpha t} \cdot [\sin a\, t \cdot (1 + e^{\alpha\vartheta} \cos a\,\vartheta) - \cos a\, t \cdot e^{\alpha\vartheta} \sin a\,\vartheta].$

von $t = \bar{t}$ bis $t = \bar{t} + \vartheta$, $\quad F_2(t) = A \cdot e^{-\alpha t} \cdot [\sin a\, t \cdot e^{\alpha\vartheta} \cos a\,\vartheta - \cos a\, t \cdot e^{\alpha\vartheta} \sin a\,\vartheta].$

von $t = \bar{t} + \vartheta$ bis $t = T$, $\quad F(t) = 0.$

---

[1]) Wied. Ann. 55. p. 121. 1895.

Aus den oben definierten Parametern:

$$a,\ b,\ \alpha,\ \beta,$$

ergeben sich 4 abgeleitete, die im folgenden für die Rechnung von Nutzen sein werden:

$$m = \frac{a + b}{2}; \qquad \mu = \frac{\alpha + \beta}{2}.$$

$$n = \frac{a - b}{2}; \qquad \nu = \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

Außerdem können, um die Rechnung nicht unnötig zu erschweren, noch einige Vereinfachungen eingeführt werden.

Zunächst kann in der Darstellung der äußeren Kraft der Teil $F_2(t)$ von vornherein vernachlässigt werden, da seine Beiträge zur Gesamtenergie von der Größenordnung $e^{-k(\bar{t} - \vartheta)}$ sind.

Ferner können, ohne wesentliche Einschränkung der Allgemeinheit, die Größen α und β so klein angenommen werden, daß sie in zweiten Potenzen gegen a und b vernachlässigt werden dürfen, so daß auch μ^2 und ν^2 gegen m^2 zu vernachlässigen sind.

Schließlich kann man sich hier auf den Fall des vollkommenen Isochronismus von Erreger und Empfänger beschränken, so daß im Verlauf der ganzen Rechnung

$$n = 0$$

und $$m = a = b$$

zu setzen ist.

Die allgemeine Lösung der Diff. Gl. (5) ist gegeben als Summe der Integrale:

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_b,$$

worin:

$$\varphi_a = A_1 \cdot e^{-\alpha t} \sin a\,t + A_2 \cdot e^{-\alpha t} \cos a\,t$$

ein partikuläres Integral der vollständigen Diff. Gl. ist, während:

$$\varphi_b = B_1\, e^{-\beta t} \sin b\,t + B_2 \cdot e^{-\beta t} \cos b\,t$$

als allgemeine Lösung der entsprechenden homogenen Diff. Gl.

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + (b^2 + \beta^2)\varphi = 0$$

bestimmt ist.

φ_a stellt die erzwungene, φ_b die darüber gelagerte freie Schwingung im Resonator dar.

Die Werte von A_1, A_2 ergeben sich durch Einsetzen von φ in (5), wobei die von φ_b herrührenden Glieder natürlich fortfallen. Die Werte von B_1, B_2 sind bestimmt durch den Anfangszustand des Resonators beim Einsetzen der äußeren Kraft. Da aber F(t) nicht durch einen einheitlichen Ausdruck gegeben ist, muß die Rechnung für die Zeitintervalle 0 bis ϑ und ϑ bis $\bar{t}$ getrennt durchgeführt werden. Der Anfangszustand des zweiten Intervalls ist natürlich der Endzustand des ersten.

Folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die so berechneten Werte der Konstanten in den beiden Zeitintervallen.

(7.)

	von $t = 0$ bis $t = \vartheta$	von $t = \vartheta$ bis $t = \bar{t}$
A_1	$C\nu$.	$C\nu + C \cdot (\nu \cos m\vartheta - m \sin m\vartheta)\, e^{\alpha\vartheta}$
A_2	Cm.	$Cm + C \cdot (\nu \sin m\vartheta + m \cos m\vartheta)\, e^{\alpha\vartheta}$
B_1	0	$0 + C \cdot (m \sin m\vartheta + \nu \cos 3m\vartheta)\, e^{\beta\vartheta}$
B_2	$-Cm$.	$-Cm - C \cdot (m \cos m\vartheta + \nu \sin 3m\vartheta)\, e^{\beta\vartheta}$.
		$C = \frac{A^2}{4m^2 \cdot \nu}$

Bemerkenswert ist daran vor allem, daß die Werte der Konstanten für das erste Intervall als Summanden enthalten sind in denen für das zweite. Ebenso daß in die Exponentialgrößen für A_1 und A_2 nur α, — für B_1 und B_2 nur β eingeht.

Durch diese Werte der Konstanten ist der zeitliche Verlauf von φ bestimmt, d. h. zunächst nur für eine einzige abklingende Erregung des Senders. Wiederholen sich diese nun periodisch in Intervallen von der Dauer T, so führen die bisherigen Rechnungen nur zum Ziele, wenn man voraussetzen darf, daß die von einer Erregung erzeugten Resonatorschwingungen nach der Zeit T gegen die neu einsetzenden zu vernachlässigen sind und diese nicht merklich stören. Denn nur dann ist der aus den einzelnen Perioden T erhaltene Energiewert konstant, so daß der zeitliche Mittelwert der Energie aus einer Periode berechnet werden kann. Die Abnahme der Resonatorschwingungen ist aber nicht nur von α, sondern auch wesentlich von β abhängig, und die oben ausgesprochene Forderung ist daher gleichbedeutend mit einer Beschränkung von β nach der Richtung kleiner Werte hin. β muß so groß, d. h. der Empfänger muß so stark gedämpft sein, daß seine Schwingungen vor dem Zeitpunkt T erlöschen.

Unter dieser Bedingung existiert für die oben entwickelte Funktion $\varphi(t)$ eine obere Grenze des Arguments:

$$\bar{t} \leqq T,$$

für die $e^{-\alpha \bar{t}}$ und $e^{-\beta \bar{t}}$ gegen 1 zu vernachlässigen sind, so daß bei jeder Integration über φ von ϑ bis T der obere Grenzwert des Integrals verschwindet.

Es ist nun der mittlere Energiewert von φ im Intervall von $t = 0$ bis $t = T$ zu berechnen.

Lösung für den Fall gleicher Dämpfung des Erregers und des Empfängers.

Zunächst soll die Rechnung für einen speziellen Fall, nämlich:

$$\nu = 0$$

$$\alpha = \beta = \mu,$$

durchgeführt werden, der ohnedies eine besondere Behandlung erfordert.

Da dann:

$$e^{+\nu t} = e^{-\nu t} = 1$$

ist, nimmt φ die Gestalt an:

$$\varphi = e^{-\mu t} \sin m t \cdot (A_1 + B_1) + e^{-\mu t} \cos m t \cdot (A_2 + B_2).$$

Die einzelnen Konstanten A_1, B_1, A_2, B_2, würden für $\nu = 0$ unendlich groß werden; die hier auftretenden Summen aber bleiben endlich und erhalten die Werte:

	von $t = 0$ bis $t = \vartheta$	von $t = \vartheta$ bis $t = \bar{t}$
$A_1 + B_1$	$\frac{A}{4 m^2} \cdot$	$\frac{A}{4 m^2} \cdot \left(1 + e^{\mu \vartheta} \cos m \vartheta + e^{\mu \vartheta} \cos 3 m \vartheta\right).$
$A_2 + B_2$	$0 \cdot$	$\frac{A}{4 m^2} \cdot \left(1 + e^{\mu \vartheta} \sin m \vartheta - e^{\mu \vartheta} \sin 3 m \vartheta\right).$

Demnach ist φ zu schreiben:

von 0 bis ϑ, $\varphi = \frac{A}{4 m^2} \cdot e^{-\mu t} \sin m t.$

von ϑ bis $\bar{t}$, $\varphi = \frac{A}{4 m^2} \cdot e^{-\mu t} \Big\{ \sin m t \cdot (1 + e^{\mu \vartheta} \cos m \vartheta + e^{\mu \vartheta} \cos 3 m \vartheta)$

$$+ \cos m t \cdot (e^{\mu \vartheta} \sin m \vartheta - e^{\mu \vartheta} \sin 3 m \vartheta) \Big\}.$$

Daraus erhält man durch Quadrieren und Integrieren wie oben:

$$\int_0^{\vartheta} \varphi^2 \, d t = \frac{A^2}{32 m^4} \cdot \frac{1}{2 \mu} \cdot \left\{ (1 - e^{-2 \mu \vartheta} - \frac{\mu}{m} \cdot e^{-2 \mu \vartheta} \sin 2 m \vartheta) \right\}.$$

$$\int_{\vartheta}^{\bar{t}} \varphi^2 \, d t = \frac{A^2}{32 m^2} \cdot \frac{1}{2 \mu} \cdot \Big\{ 2 \cdot (1 + \cos 4 m \vartheta) + e^{-2 \mu \vartheta} + \frac{\mu}{m} \cdot e^{-2 \mu \vartheta} \sin 2 m \vartheta$$

$$+ 2 \cdot e^{-\mu \vartheta} (\cos m \vartheta + \cos 3 m \vartheta)$$

$$- \frac{\mu}{m} \cdot e^{-\mu \vartheta} (\sin m \vartheta - \sin 3 m \vartheta) \Big\}$$

und schließlich:

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T \varphi^2 \, d t = \frac{A^2}{32 m^2} \cdot \frac{1}{2 \mu T} \cdot \Big\{ 1 + 2 \cdot (1 + \cos 4 m \vartheta)$$

$$+ 2 \cdot e^{-\mu \vartheta} (\cos m \vartheta + \cos 3 m \vartheta)$$

$$- \frac{\mu}{m} \cdot e^{-\mu \vartheta} (\sin m \vartheta - \sin 3 m \vartheta) \Big\}.$$

Diese Intensitätsverteilung würde man erhalten bei Beobachtung mit einem Empfänger, der mit dem Erreger nicht nur in der Frequenz, sondern auch in der Dämpfung übereinstimmt.

Angenäherte Lösung für den allgemeinen Fall.

Für den allgemeinen Fall: $\nu \neq 0$, soll die Rechnung nach einer angenäherten Methode durchgeführt werden. Setzt man:

$$A_1 \, e^{-\nu t} + B_1 \, e^{+\nu t} = M \cdot \cos m'$$
$$A_2 \, e^{-\nu t} + B_2 \, e^{+\nu t} = M \cdot \sin m'$$

woraus:

$$M^2 = (A_1^2 + A_2^2) \cdot e^{-2\nu t} + (B_1^2 + B_2^2) \cdot e^{+2\nu t} + 2 \cdot (A_1 B_1 + A_2 B_2)$$

und:

$$m' = \operatorname{arc\,tg} \frac{A_2 \cdot e^{-\nu t} + B_2 \cdot e^{+\nu t}}{A_1 \cdot e^{-\nu t} + B_1 \cdot e^{+\nu t}}$$

folgt, so kann man φ schreiben:

$$\varphi = M \cdot e^{-\mu t} \sin (m t + m').$$

Dieser Ausdruck unterscheidet sich von einer reinen, gedämpften Sinusschwingung nur dadurch, daß die Phase m' nicht konstant ist. Der Energiewert von φ kann daher in erster Annäherung gemessen werden durch das halbe Quadrat des Amplitudenfaktors

$$J = \frac{1}{2} M^2 \cdot e^{-2\mu t}$$

oder:

$$J = \frac{A_1^2 + A_2^2}{2} \cdot e^{-2\alpha t} + \frac{B_1^2 + B_2^2}{2} \cdot e^{-2\beta t} + (A_1 B_1 + A_2 B_2) \cdot e^{-2\mu t}.$$

Davon ist wieder der zeitliche Mittelwert im Intervall von 0 bis T zu berechnen.

Im ersten Teilintervall ist:

$$J = \frac{m^2 \cdot C^2}{2} \cdot \left\{ e^{-2\alpha t} + e^{-2\beta t} - 2\, e^{-2\mu t} \right\}.$$

und:

$$\int_0^{\vartheta} J \, d t = \frac{C^2 \cdot m^2}{4\mu \cdot (\mu^2 - \nu^2)} \cdot \left\{ 2\nu^2 - \mu \cdot (\mu - \nu)\, e^{-2\alpha\vartheta} - \mu \cdot (\mu + \nu)\, e^{-2\beta\vartheta} + 2\,(\mu^2 - \nu^2)\, e^{-2\mu\vartheta} \right\}.$$

Im zweiten Teilintervall:

$$J = \frac{C^2 \cdot m^2}{2} \cdot \left\{ e^{-2\alpha t} \cdot \left[1 + 2\, e^{\alpha\vartheta} \cos m\vartheta + e^{2\alpha\vartheta} \right] + e^{-2\beta t} \cdot \left[1 + 2\, e^{\beta\vartheta} \left(\cos m\vartheta + \frac{\nu}{m} \sin m\vartheta \right) + e^{2\beta\vartheta} \left(1 + \frac{2\nu}{m} \sin 4\, m\vartheta \right) \right] - 2 \cdot e^{-2\mu t} \cdot \left[1 + e^{\alpha\vartheta} \left(\cos m\vartheta + \frac{\nu}{m} \sin m\vartheta \right) + e^{2\mu\vartheta} \left(1 + \frac{\nu}{m} \sin 4\, m\vartheta \right) + e^{-2\beta\vartheta} \left(\cos m\vartheta - \frac{\nu}{m} \sin m\vartheta - \frac{\nu}{m} \sin 3\, m\vartheta \right) \right] \right\}.$$

$$\int_{\vartheta}^{\bar{t}} J\,dt = C^2 \cdot m^2 \cdot \Big\{ 2\nu^2 + \frac{\nu^2}{m} \cdot (\mu + \nu) \cdot \sin 4m\vartheta$$

$$+ e^{-\alpha\vartheta} \cdot \Big[-2\nu \cdot (\mu - \nu) \cos m\vartheta + \frac{2\nu}{m} \cdot (\mu^2 - \nu^2)(\sin m\vartheta - \sin 3m\vartheta) \Big]$$

$$+ e^{-\beta\vartheta} \Big[+2\nu \cdot (\mu + \nu) \cos m\vartheta + \frac{2\nu}{m} \cdot (\mu + \nu)(\mu \sin 3m\vartheta - (\mu - \nu)\sin m\vartheta) \Big]$$

$$+ \mu \cdot (\mu - \nu)\, e^{-2\alpha\vartheta} + \mu \cdot (\mu + \nu)\, e^{-2\beta\vartheta} - 2 \cdot (\mu^2 - \nu^2) e^{-2\mu\vartheta} \Big\}.$$

Durch Vereinigung beider Integrale erhält man nach einigen Umformungen die endgültige, allgemeine Formel:

$$\text{(II.)}\quad R = \frac{1}{2\mu\nu T} \cdot \frac{A^2}{16\,m^2} \cdot \Big\{ -\frac{1}{\alpha}\Big[1 + e^{-\alpha\vartheta}\cos m\vartheta - \frac{\alpha}{m} e^{-\alpha\vartheta}(\sin m\vartheta - \sin 3m\vartheta) \Big]$$

$$+ \frac{1}{\beta}\Big[1 + e^{-\beta\vartheta}\cos m\vartheta - \frac{1}{m} e^{-\beta\vartheta}(\beta \sin m\vartheta - \mu \sin 3m\vartheta)$$

$$+ \frac{\nu}{2m} \sin 4m\vartheta \Big] \Big\}.$$

Wird $\alpha = \beta = \mu$ und $\nu = 0$, so verschwindet der in der großen Klammer stehende Ausdruck identisch; gleichzeitig aber wird der Nenner des davorstehenden Faktors $= 0$, so daß dann R in der unbestimmten Form $\frac{0}{0}$ erscheint. Der wirkliche Wert von R für diesen Fall ist schon weiter oben hergeleitet worden.

Diskussion der allgemeinen Lösung.

Zur allgemeineren Diskussion der erhaltenen Formel kann man sich zunächst beschränken auf den Fall schwacher Dämpfung, so daß Glieder von der Größenordnung $\frac{\alpha}{m}$ gegen 1 zu vernachlässigen sind. Man hat dann den vereinfachten Ausdruck:

$$\text{(IIa)}\quad R = \frac{1}{2\mu\nu T} \cdot \frac{A^2}{16\,m^2} \cdot \Big\{ -\frac{1}{\alpha}\Big(1 + e^{-\alpha\vartheta}\cos m\vartheta \Big) + \frac{1}{\beta}\Big(1 + e^{-\beta\vartheta}\cos m\vartheta \Big) \Big\}$$

zu betrachten. Derselbe zerfällt in zwei gleichartige Teile, die ganz analog gebaut sind wie der entsprechende Ausdruck für W. Der eine dieser Teile enthält den Dämpfungsfaktor des Erregers bezw. der untersuchten Wellen, der andere den des Resonators; beide sind multipliziert mit dem reziproken Wert des betreffenden Dämpfungsfaktors und mit entgegengesetzten Vorzeichen versehen.

Die erhaltene Kurve zeigt also auch Maxima und Minima, die der gemeinsamen Schwingungsdauer des Erregers und des Empfängers entsprechen. Bezüglich der Dämpfung aber wirken Erreger und Empfänger

einander entgegen, und zwar überwiegt der Einfluß desjenigen von ihnen, der die schwächere Dämpfung hat. Dies kann aber ebenso gut der Empfänger wie der Erreger sein.

Bei Beobachtung mit einem abgestimmten, isochronen Empfänger würde die Eigendämpfung des Erregers aus der Interferenzkurve nur dann zu entnehmen sein, wenn der Empfänger verhältnismäßig stark gedämpft ist. Dann aber hört er überhaupt auf, ein Resonator im guten Sinne des Wortes zu sein. Auch würden dann die der Messung zugänglichen mittleren Energiewerte ziemlich klein ausfallen, da für großes β die Größen μ und ν im Nenner von R große absolute Werte annehmen.

Bei der Beobachtung mit dem abgestimmten Empfänger kann aus der Interferenzkurve wohl die Wellenlänge, nicht aber das Dekrement der interferierenden Wellen bestimmt werden. Denn Erreger und Empfänger erscheinen in dieser Kurve als ein System, dessen Schwingungen nicht nach dem Exponentialgesetz abklingen, sondern nach dem Gesetz:

$$x = x_0 \cdot \frac{\alpha e^{-\beta\vartheta} - \beta e^{-\alpha\vartheta}}{\alpha\beta}.$$

Alles bisher Gesagte gilt auch für stark gedämpfte Erregung. Dabei ist R in der vollständigen Form anzusetzen, und es erscheinen in seinen beiden Teilen noch weitere Abweichungen gegen die für W geltende Formel, indem darin die dritte und vierte Oberschwingung der erregenden Welle auftreten — letztere sogar ungedämpft.

Plan der experimentellen Untersuchung.

Als Hauptmittel zur Untersuchung der in Frage stehenden Wellen wurde die Interferenzmethode ausgearbeitet. Sie sollte benutzt werden zu möglichst genauen Angaben über die Wellenlängen und die Dämpfung der vom Kondensatorfunken ausgehenden Schallwellen und über die Gesetzmäßigkeiten, nach denen diese von den Konstanten des elektrischen Systems abhängen.

Apparate und Versuchsanordnungen.

Zunächst folgt eine Beschreibung der wesentlichen Teile des Apparates, wie er nach mancherlei Veränderungen zur Ausführung der Versuche gedient hat. (Fig. 1.)

1. Meßapparat. Zum Nachweis und zur Messung der Intensität der Schallwellen diente ein Lebedewscher Schalldruckapparat D. Dieser besteht in einer hochempfindlichen Drehwage, deren Ausschläge mit Fernrohr und Spiegelskala abgelesen werden. Der eine Arm des an einem Quarzfaden hängenden Wagebalkens trägt ein kleines rechteckiges Glimmerblättchen, auf das die zu messenden Wellen durch eine entsprechende Öffnung im Gehäuse gelangen. Der Glimmerflügel reflektiert dieselben, er befindet sich also im Knoten einer stehenden Welle. Infolge des dort

herrschenden Überdruckes weicht er zurück, bis die Torsion des Fadens diesem das Gleichgewicht hält. Der Überdruck, also auch der gemessene Ausschlag, ist prop. der Intensität der auffallenden Welle.

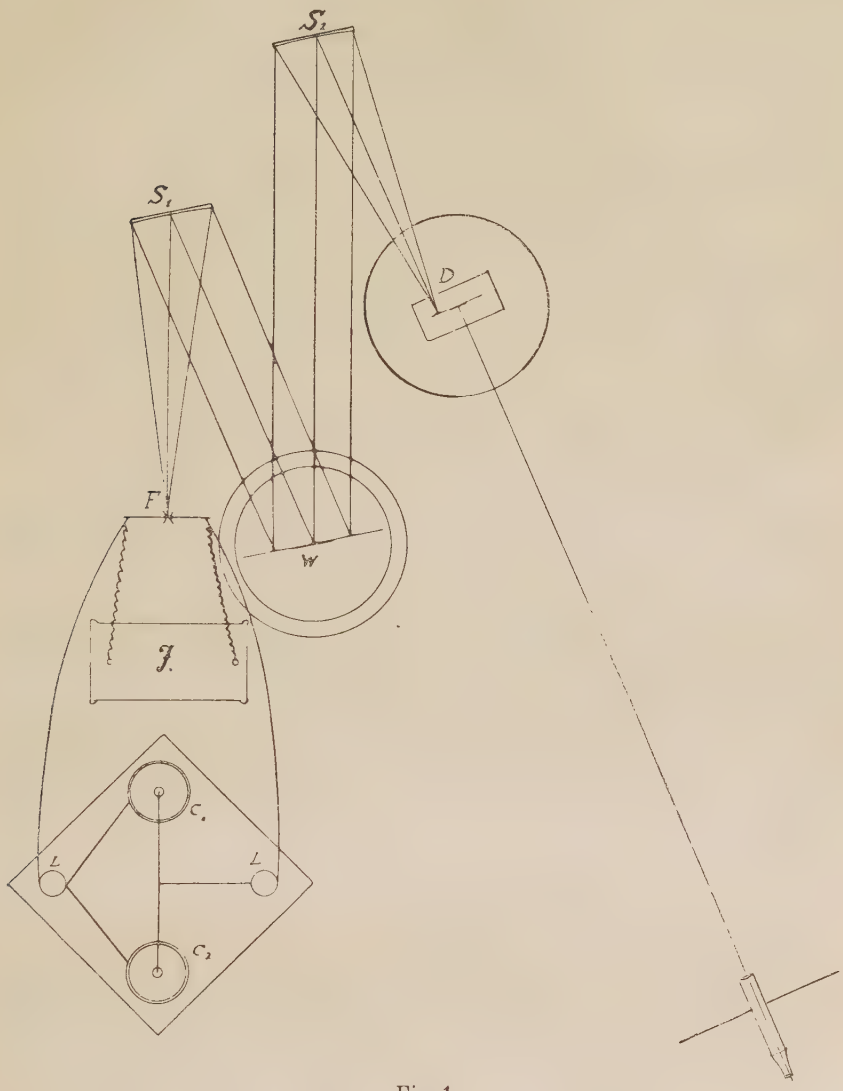

Fig. 1.

Als Wagebalken wurde gewählt ein etwa 4 cm langes Stück fein ausgezogenes Glasrohr, das so dünn war, daß es eben noch sein eigenes und

das Gewicht des Glimmerflügels tragen konnte; es wurde direkt an die Rückseite des Spiegels angekittet. Der Glimmerflügel hatte eine Größe von 4×12 mm; als Gegengewicht diente ein Tröpfchen Kitt. Zur Befestigung des Quarzfadens wurde an den Spiegel ein kurzes Stück ganz dünnen, an den Enden flach gehämmerten Aluminiumdrahtes angekittet. Durch kleine Verbiegungen desselben kann man dann leicht das ganze System zentrisch aushängen und den Spiegel in vertikale Stellung bringen. Das Ganze wiegt ohne Spiegel nur 16 mgr, der Spiegel von ca. 10 mm Durchmesser 45 mgr; die zu drehende Masse ist also zum größten Teil nahe an der Drehachse angeordnet.

Der Quarzfaden von etwa 12 cm Länge wurde möglichst fein ausgewählt. Damit gibt man freilich eine gewisse Bequemlichkeit der Beobachtung auf; denn wenn auch die Massenverteilung des Systems eine ziemlich kurze Schwingungsdauer zur Folge haben müßte, so ist doch der Luftwiderstand des senkrecht zur Bewegungsrichtung stehenden Glimmerflügels so bedeutend, daß bei kleiner Direktionskraft die Bewegung des Zeigers sehr langsam und fast stets aperiodisch erfolgt. Dieser Mangel liegt aber in der Natur des Apparates begründet und wird sich wohl nie umgehen lassen, sobald eine größere Empfindlichkeit angestrebt wird.

Um den Apparat auch am Tage benutzen zu können, war es notwendig, ihn sehr sorgfältig in eine Juliussche Aufhängung einzubauen, da das Gehänge infolge unvermeidlicher Erschütterungen z. T. recht beträchtliche Pendelschwingungen machte (Resonanz!).

Weiteren Störungen war die Ruhelage des Zeigers ausgesetzt durch seine bedeutende Empfindlichkeit gegen Luftströmungen und Temperaturunterschiede zwischen der Luft im Gehäuse und im Außenraum. Luftströmungen konnten in hohem Grade unschädlich gemacht werden durch Verschließen der Schallöffnung mit ganz feinfädigem Seidengewebe; dasselbe ist für Schallwellen so durchlässig, daß die Ausschläge dadurch nur um etwa 10 % verkleinert werden. Zum Schutze gegen Temperaturschwankungen wurde auf die kreisförmige Grundplatte der Juliusschen Aufhängung ein Pappzylinder fest übergreifend aufgesetzt und dessen Innenraum dicht mit Watte ausgefüllt bis auf die zum Einlaß der Strahlen und zur Ablesung notwendigen Ausschnitte.

Die Wärmestrahlung der Skalenbeleuchtung wurde durch eine vorgestellte dicke Glasplatte abgeschwächt; wegen der Größe und Güte des Spiegels konnte bei Tage auch ohne künstliche Beleuchtung der Skala beobachtet werden. Während der Messungen wurde auch ein längerer Aufenthalt des Beobachters in der Nähe des Apparates tunlichst vermieden.

Durch diese Maßnahmen konnte die lästige Pendelschwankung völlig beseitigt und die Nullage des Zeigers soweit konstant gemacht werden, daß sie bei etwa 2 m Skalenabstand auf 0,2 Skt. angegeben werden konnte

und sich auch während längerer Messungsreihen (1 bis 2 Stunden) nur um 2 bis 6 Skt. verschob.

Für die Beobachtungen erwies es sich als unzweckmäßig, die endgültige Einstellung des Zeigers abzuwarten. Eine Notierung der Ausschläge nach bestimmten Zeiten ergab jedoch, daß dieselben nicht proportional den endgültigen Werten sondern bei großer Intensität zu groß ausfielen. Deswegen wurden nicht nur die Ausschläge nach einem Impuls von bestimmter Dauer, sondern auch die darauf während einer bestimmten Zeit erfolgenden Rückschläge beobachtet.

Zur Erzielung großer Ausschläge wurde meistens mit Impulsen von 30 Sek. gearbeitet; die Ablesungen wiederholen sich dann in regelmäßigen Intervallen von 2 Min. Die Zwischenzeit ist bequem ausreichend für alle sonst erforderlichen Einstellungen und Ablesungen am Apparat.

2. Spiegel. Von den Hohlspiegeln, die die Energieübertragung vermittelten, war der erste S_1 auf dem Spektrometerarm angebracht, der gleichzeitig die Funkenstrecke trug; der zweite S_2 zum Druckapparat gehörende war schräg hinter diesem fest aufgestellt. Der Durchmesser der Spiegelflächen betrug 8 cm; ihr Krümmungsradius war im Interesse einer möglichst vollkommenen Abbildung zu 60 cm bestimmt worden. Ihre Vorderflächen waren zum Zweck der optischen Justierung versilbert.

Die Anordnung des Strahlenganges wurde stets so gewählt, daß die Ebenen der beiden Spiegel einander parallel orientiert waren. Zur Justierung diente ein Kreisdiafragma vom Durchmesser der Spiegelflächen, das auf dem Spektrometertisch in der Verlängerung der Achse fest aufgestellt wurde. Die Mitte dieses Diafragmas, die Mitten der Hohlspiegel, die Funkenstrecke und der Glimmerflügel des Druckapparates wurden in eine horizontale Ebene gebracht, deren Lage dann immer leicht zu kontrollieren ist. Dann wurden durch den ersten Spiegel die Funkenstrecke, durch den zweiten der Glimmerflügel auf die Ränder des Kreisdiafragmas abgebildet, und dieses schließlich ersetzt durch die zu verwendenden Diafragmen, Gitter oder reflektierenden Wände. Die Justierung ist auch gut zu kontrollieren an dem Bild des Funkens, das auf dem Glimmerflügel erscheint. Die Abmessungen des Strahlenganges sind aus der Zeichnung Fig. 1 zu entnehmen.

3. Schwingungskreis. Der elektrische Teil des Apparates, der zur Erzeugung der Wellen dient, besteht in einem einfachen Schwingungskreis mit Selbstinduktion L. und Kapazität C., der durch einen Induktor J. angeregt wird.

Als Kondensatoren standen mir zur Verfügung mehrere Leydener Flaschen, ferner ein mit flüssigen Dielektricis (Petroleum, Rizinusöl) zu füllender Eintauchkondensator und ein Luftkondensator.

Von den Leydener Flaschen erwiesen sich im Lauf der Versuche als wesentlich einwandfrei zwei große Flaschen von 2.0 bezw. $2.1 \cdot 10^{-3}$ M. F.,

die bei der überwiegenden Anzahl der Versuche und Messungen gedient haben. Sie wurden teils einzeln, teils in Parallelschaltung verwendet; im letzteren Falle wurde natürlich für hinreichende Entfernung beider Flaschen sowie für möglichste Symmetrie der Aufstellung und Zuleitungen Sorge getragen.

Der Eintauchkondensator ergab mit Petroleumfüllung eine für die meisten Versuche zu kleine Kapazität. Mit Rizinusöl als Füllung aber zeigte er ähnliche Anomalien wie die meisten Leydener Flaschen. Die damit erhaltenen Schwingungen sind wohl hinreichend intensiv, fallen aber in ihrem ganzen Verhalten aus den sonst geltenden Gesetzen heraus.

Der Luftkondensator, ein Drehplatten-Kondensator der Ges. f. Drahtlose Telegraphie, erwies sich als sehr zuverlässig. Doch war seine Verwendbarkeit dadurch wesentlich beschränkt, daß er wegen des geringen Plattenabstandes von 0.5 mm nur niedrige Funkenpotentiale aushielt. Er konnte nur bei den kleinsten Funkenlängen verwendet werden und auch da nur mit Vorsicht, da das Funkenpotential durch die unvermeidliche Abnutzung meistens zunimmt.

Die Selbstinduktionsspulen wurden hergestellt durch Bewickeln von Porzellanzylindern mit spiraliger Riffelung, wie sie für technische Widerstände in den Handel gebracht werden. Das benutzte Format hatte 6 cm Durchmesser und trug auf 14 cm Mantellänge etwa 100 Windungen Kupferdraht von 0.5 mm Stärke. Eine solche Spule, die in der Herstellung und in den Dimensionen recht bequem ist, hat bei einem Widerstand von 1.75 Ω einen Selbstinduktionskoeffizienten von $0.34 \cdot 10^6$ cm. Es standen mir im ganzen vier solcher Spulen zur Verfügung außer einer Normalen von 10^6 cm, die zur Eichung diente und auch mit in den Schwingungskreis eingeschaltet wurde. Das ganze System ermöglichte also eine Variation der Selbstinduktion von 0.34 bis $2.35 \cdot 10^6$ cm in 6 gleichen Abstufungen. Später wurden noch zwei Spulen mit Konstantanbewickelung hergestellt, die bei derselben Selbstinduktion einen Widerstand von je 50 Ω hatten.

Der Selbsinduktionskoeffizient des ganzen Kreises wurde nicht aus dem der Spulen berechnet, sondern für die verschiedenen Anordnungen direkt bestimmt. Dazu wurde, bei kurz geschlossenem Kondensator, das ganze Leitersystem, wie es an der Funkenstrecke liegt, an die Meßvorrichtung angeschlossen, und die Selbstinduktion nach der Telephonmethode durch Vergleich mit einer Normalen gemessen. Zur Vermeidung von Kontakt- und Isolationsfehlern wurde auch der Ohmsche Widerstand des Systems mehrfach kontrolliert.

4. Induktorium. Zur Anregung des Schwingungskreises diente ein Induktorium, das eine möglichst konstante Energiequelle für hochgespannte Elektrizität sein soll. Das ist aber in praxi nur gut zu realisieren bei

geringer Stromstärke im Primärkreis. Vor allem aus diesem Grunde habe ich mich nach langen Versuchen dazu entschlossen, mit kleinen Energiemengen zu arbeiten und dafür lieber die Empfindlichkeit und Ablesegenauigkeit des Druckapparates entsprechend zu steigern. Dadurch werden die Beobachtungen wohl etwas umständlicher, die Ergebnisse aber wesentlich genauer.

Freilich bedarf es auch bei kleiner Stromstärke einiger Mühe, den Induktor zu einer hinreichend konstanten Energiequelle zu machen, besonders in der Einrichtung des Unterbrechers. Als solcher diente ein gewöhnlicher Wagnerscher Hammer mit Platinkontakt, der nach Versuchen von Herrn Großmann im hiesigen Institut, mit die besten Resultate in bezug auf konstante Unterbrechung liefert. Notwendig für glattes Ansprechen und gleichmäßiges Arbeiten ist die Erfüllung folgender Bedingungen:

1. muß die Entfernung des Ankers vom Magneten so bemessen werden, daß die magnetische Kraft gerade die Federspannung zu überwinden vermag.
2. müssen die Platinflächen des Federkontakts eben abgeschliffen, poliert und einander parallel so eingestellt sein, daß sie sich gerade nur in der Ruhelage des Ankers berühren.
3. muß zur Verminderung der Unterbrechungsfunken ein Kondensator von großer Kapazität der Kontaktstelle parallel geschaltet werden.

Das von mir benutzte Induktorium war ein kleines Modell von 15 cm Länge. Parallel zum Unterbrecher wurde ein Kondensator von 2 M. Farad angelegt, wie sie neuerdings bei Telephonanlagen Verwendung finden und leicht erhältlich sind. Die dann schon recht seltenen Funken haben aber bei andauernder Tätigkeit zur Folge, daß von der einen Kontaktfläche Platin auf die andere überschweißt in der Richtung des Stromes; die Flächen werden dadurch mit der Zeit unregelmäßig, und der Unterbrecher hört auf gleichmäßig zu arbeiten. Um diesem Übelstande abzuhelfen, wurde in den primären Stromkreis ein Kommutator eingeschaltet und zu jedem Ausschlag die Stromrichtung umgekehrt. Bei gleicher Dauer der Ausschläge wird dadurch die Wirkung der Funken unschädlich gemacht; die anfangs blanken Kontaktflächen werden nur matt, halten sich aber sonst sehr gut.

Ein so behandelter Unterbrecher arbeitet auch bei starker Benutzung mehrere Wochen lang sehr zuverlässig und gleichmäßig. Zur Kontrolle wurde zeitweilig in Nebenschluß ein empfindliches d'Arsonval-Galvanometer angelegt; die Schwankungen der abgelesenen Ausschläge blieben auch bei langen Messungsreihen unter 1 %.

Die Sekundärspule des Induktors wurde direkt an die Funkenstrecke angelegt. Die Zuleitungen waren so eingerichtet, daß sie bei jeder Umkehrung des primären Stromes vertauscht werden konnten; die Aufladung des Schwingungskreises erfolgte daher stets im selben Sinne.

Als primäre Stromquelle dienten in der Regel zwei Akkumulatoren; zuweilen genügte ein einziger.

5. Funkenstrecke. Besondere Sorgfalt erfordert noch die Konstruktion der Funkenstrecke, denn hier findet die Umsetzung der elektrischen in mechanische Energie statt.

Die Güte dieser Übertragung — d. h. die Ausnutzung der elektrischen Energie — ist nach Erfahrungen von Altberg wesentlich abhängig vom Material der Elektroden. Altberg hat eine ganze Reihe von Metallen daraufhin untersucht und als bestes zur Schallerregung Messing oder Zink empfohlen.

Deswegen habe ich zunächst auch mit Messingelektroden gearbeitet; ich stieß aber bald auf bedeutende Schwierigkeiten, die Intensität der so erzeugten Wellen konstant zu halten, trotz der Güte des Induktors. Frisch geputzte Messingelektroden geben zwar eine erstaunlich intensive Schallerregung, aber die Freude währt nicht lange. Das Zink verbrennt einfach im Funken und schlägt sich als weißes Oxyd auf allen festen Körpern in der Nähe nieder. Das zurückbleibende Kupfer oxydiert auch ungemein rasch und bildet auf den Elektroden blasige Erhöhungen, die bei kleinen Funkenstrecken leicht zu Lichtbogenbildung und Kurzschluß führen.

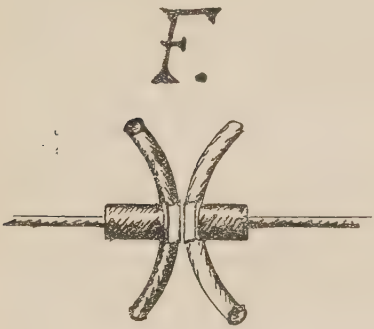

Fig. 2.

Um dies zu verhindern, habe ich die Funkenstrecke mit Kühlvorrichtung versehen und dazu in einfachster Weise folgendermaßen konstruiert: Auf die Enden der Führungsstifte, die in konzentrischen, isolierten Messinghülsen laufen, werden kurze, zylindrische Kopfstücke aufgeschraubt. Diese tragen, rechtwinklig aufgelötet, zirka 3 cm lange Stücke dünnwandigen Messingrohres von 4 mm Durchmesser und $^1/_2$ mm Wandstärke. Auf die etwas zurückgebogenen Rohrenden wird passender Gummischlauch geschoben, der zur Zu- und Ableitung des Kühlwassers dient. Diese T-förmigen Elektroden werden unter zirka 60^0 gekreuzt; der Funke geht dann nur in einen kleinen Bezirk ihrer Oberfläche über, der in der Richtung der Achse liegt.

Diese Anordnung bedeutete wohl einen Fortschritt, aber keinen endgültigen Erfolg, denn immer noch zeigte die Intensität zeitliche Veränderungen, die gegen ihren Mittelwert Abweichungen bis zu 25 % aufwiesen. Deshalb habe ich nach einem geeigneteren Elektrodenmetall gesucht und ein solches auch bald gefunden. Im Interesse einer möglichst wirksamen Kühlung erschien es naheliegend, Silber zu verwenden, was

von Altberg nicht versucht worden ist. Dieses Metall besitzt außer der maximalen Wärmeleitfähigkeit noch andere Eigenschaften, die es hier besonders geeignet erscheinen lassen: es schmilzt ziemlich schwer und zeigt eine hohe Widerstandsfähigkeit gegen Oxydation. — Die Elektroden wurden in derselben Form beibehalten, nur wurden die Stirnflächen in Richtung der Achse durchbohrt und die entstehenden Öffnungen von 3 mm Durchmesser mit dünnem Silberblech — sehr hart gewalztes Blech (800 Feingehalt) von 0.25 mm Dicke — verlötet.

Die Versuche mit den so abgeänderten Elektroden ergaben sehr günstige Resultate. Die Intensität ist bei frisch geputzten Elektrodenflächen zwar nicht so groß als bei Verwendung von Messing; sie zeigt aber dann eine sehr befriedigende Konstanz. Die Haltbarkeit der Elektroden ist eine bedeutende, da die bei Silber sonst sehr lästige Zerstäubung infolge der kleinen Funkenpotentiale und der intensiven Kühlung sehr gering ist.

Zur Kühlung diente Leitungswasser, das den Elektroden durch getrennte Heberleitungen (Glas) aus einer großen Vorratsflasche zugeführt wurde; dieselbe war zur Regulierung der Ausflußgeschwindigkeit als Mariottesches Gefäß eingerichtet. Die Temperatur des Kühlwassers wurde etwa 2° bis 3° C. unter Zimmertemperatur gehalten.

Der Abstand der Elektroden wurde zwischen 0.1 und 0.6 mm variiert. Zur Einstellung diente ein Satz dünner Blechstreifen, deren Dicke in Abstufungen von 0.1 mm die gewünschten Abstände mit hinreichender Genauigkeit ergab.

6. Interferenzspiegel. Der von mir benutzte Interferenzspiegel wurde nach eingehenden Modellversuchen vom Mechaniker des Instituts konstruiert. Die wichtigsten Gesichtspunkte, die dabei maßgebend waren, sind folgende:

1. dem beweglichen Spiegel eine sichere Führung zu geben, so daß er in jeder Einstellung zu seiner Nullstellung möglichst parallel bleibt;
2. diese Einstellungen hinreichend genau ablesbar zu machen;
3. den feststehenden Spiegel derart anzuordnen, daß er in der Nullstellung mit dem beweglichen in eine Ebene gebracht werden kann.

Entsprechend der Energieverteilung im Strahlenbündel sind die beiden Spiegel als Quadrate von 4 cm Seitenlänge gearbeitet und an einem soliden, gegossenen Rahmen übereinander angeordnet. Als Führung für den oberen beweglichen Spiegel dient ein fest in seine hintere Fläche eingelassener Stahlzylinder von 0.6 cm Durchmesser und 9.0 cm Länge. Derselbe läuft in einer sehr genau gebohrten Messinghülse von 7 cm Länge, so daß für die Verschiebung ein Spielraum von nahezu 2 cm zur Verfügung steht. Die Verschiebung wird betätigt durch eine gute Stahlschraube von 1 mm Ganghöhe; die Trommel ist in 100 Teile geteilt, gestattet also hinreichend genaue Einstellungen und Ablesungen. Da aber auch die beste

Schraube seitliche Ausweichungen macht, die Neigungen ihrer Achse zur Folge haben, ist die Schraube nicht fest mit der Führungsstange verbunden. Vielmehr trägt diese an ihrem hinteren Ende ein eben abgeschliffenes Kopfstück, das durch eine übergeschobene Spiralfeder mit mäßigem Druck gegen das gerundete Ende der Schraube gepreßt wird. Dadurch überträgt diese nur ihre achsiale Fortbewegung auf die Führungsstange, die sich dann ohne Zwang in der Richtung der Buchse verschiebt.

Der feststehende Spiegel wird gehalten durch drei eingenietete Stahlzapfen. Diese tragen ebenfalls übergeschobene Spiralfedern, werden dann durch entsprechende Bohrungen in der Stirnfläche des Rahmens geführt und von hinten mit Schraubenmuttern angezogen. So kann innerhalb kleiner Grenzen die Ebene des Spiegels in jede beliebige Lage und Richtung eingestellt werden.

Die Spiegelflächen sind aus Messing gefertigt, eben abgeschliffen und auf Hochglanz poliert, so daß sie für das Auge schon ganz gute Spiegelbilder liefern.

Zur Prüfung der Führung wurde an die bewegliche Platte ein guter Glasspiegel gekittet und auf diesen, aus etwa 50 cm Entfernung, ein Fernrohr mit Gaußschem Okular durch Autokollimation senkrecht eingestellt. Die bei der Betätigung der Stellschraube auftretenden Neigungen erwiesen sich als sehr gering; denn die scheinbaren Verschiebungen des Fadenkreuzes gegen sein Spiegelbild betrugen höchstens 1 mm.

Die Ganghöhe der Stellschraube wurde auf einer Teilmaschine mit dem Normalmeter verglichen; als mittlerer Wert ergab sich 1.001 mm mit einem möglichen Fehler von 0.002.

Die Nulllage des beweglichen Spiegels wurde in der Mitte des verfügbaren Spielraumes festgelegt und der feststehende Spiegel auf Koinzidenz mit der Ebene des beweglichen eingestellt mit Hilfe einer geraden Metallschiene. Jede Unebenheit der zu prüfenden Fläche macht sich dadurch bemerkbar, daß zwischen dieser und der darüber gelegten Schiene an der betreffenden Stelle ein heller Lichtstreifen erscheint. Dieses Kriterium ist sehr empfindlich und ermöglicht es, Fehler unter 0.01 mm noch mit Sicherheit zu erkennen.

Der so justierte Spiegel wurde dann auf dem horizontalen Spektrometertisch so aufgestellt, daß die Mittellinie seiner Nullebene in die Verlängerung der Spektrometerachse fiel. Die Einstellung senkrecht zum Strahlengang wurde durch Autokollimation des Funkens, die Reflexionsstellung durch Aufnahme der Intensitätsverteilung bei verschiedenen Neigungswinkeln ermittelt; die Differenz der zugehörigen Winkelablesungen ergab die Größe des Einfallswinkels zu $11^0\ 6'$.

Die rein geometrische Justierung erwies sich auch hier als sehr zuverlässig. Wurden nämlich die beiden Spiegelhälften abwechselnd abgeblendet, so ergaben die Ausschläge innerhalb der Fehlergrenzen überein-

stimmende Werte. Ein weiterer Beweis für die Güte der ganzen Anordnung ist darin zu sehen, daß Differenzen von 0.02 mm in der Spiegeleinstellung noch eindeutig durch Intensitätsunterschiede zu erkennen sind, so daß z. B. die Nullstellung noch innerhalb 0.04 mm angegeben werden kann.

Bei allen Einstellungen des Spiegels wurde stets darauf geachtet, daß die Endlage durch Drehung der Stellschraube in ein und demselben Sinne, und zwar stets entgegen der Federkraft, erreicht wurde.

Zur Berechnung des Gangunterschiedes, den eine bestimmte Verschiebung a des Spiegels den beiden Hälften des Strahlenbündels erteilt, muß berücksichtigt werden, daß die Strahlen nicht senkrecht auf den Interferenzspiegel treffen. Eine einfache geometrische Überlegung zeigt, daß der Gangunterschied s in einem unter dem Winkel i einfallenden Strahlenbündel bestimmt ist durch:

$$s = 2a \cdot \cos i.$$

Daraus folgt für das Maximum m ter Ordnung:

$$s = m \cdot \lambda = 2a_m \cdot \cos i; \quad \text{und:} \quad \lambda = {}^1/_m \cdot 2a_m \cdot \cos i.$$

Hier ist $\sphericalangle i = 11^0\ 6'$ und $\cos i = 0.98$; man erhält also den Gangunterschied aus der verdoppelten Spiegelverschiebung durch eine Korrektur von $-2\,\%$.

Versuche und Versuchsergebnisse.

Bei allen vorliegenden Beobachtungen handelt es sich um vergleichende Messung der Intensitätswerte, die bei verschiedenen Anordnungen des Apparates — bezw. Einstellungen des Interferenzspiegels — resultieren, wenn die auf den Apparat entsandte Energie zeitlich konstant ist. Da diese Forderung aber nicht mit der wünschenswerten Annäherung erfüllt werden kann, ist es notwendig, die zeitliche Veränderung der auffallenden Energie durch hinreichend zahlreiche Beobachtungen bei einer und derselben Einstellung (Nullstellung) zu registrieren und dann die beobachteten Werte auf konstante Intensität dieser Nullstellung umzurechnen.

Bei den vorliegenden Messungen wurden diese Kontrollbeobachtungen stets ausgeführt, indem nach je 5 Ablesungen für verschiedene Einstellungen die Intensität bei einer bestimmten Nullstellung (J_0) gemessen wurde; als solche wurde stets die Stelle maximaler Intensität gewählt, um eine möglichst empfindliche Kontrolle zu haben. Aus den Kontrollwerten wurden die Werte der Maximalintensität für die dazwischenliegenden Zeitpunkte mit Benutzung der graphischen Darstellung interpoliert, und die zu diesen Zeiten gemessenen Intensitätswerte in Prozenten der Maximalintensität ausgerechnet.

Für jeden einzelnen Wert wurden dabei zwei Ausschläge abgelesen; dies war schon deswegen notwendig, weil beim Kommutieren im Primärkreis zuweilen Unterschiede in der Energie des Induktors auftreten.

Da die Fehler der einzelnen Ablesung etwa 0.5 % betragen, so wird den reduzierten Werten eine Genauigkeit bis auf 1 % im Durchschnitt zuzuschreiben sein. Diese Fehlergrenze entspricht auch der Genauigkeit, mit der bei Zeitablesungen die Dauer des Ausschlags bestimmt werden kann.

Allgemeines über die beobachteten Interferenzkurven.

Zur Aufnahme der gesamten Energieverteilung in einer Interferenzkurve wurde in der Regel der bewegliche Spiegel um je 0.2 mm verschoben und die zugehörige Intensität gemessen. Die so erhaltenen Werte wurden dann in der oben angegebenen Weise auf Prozente der maximalen Intensität umgerechnet. In den Figuren 3 bis 5 sind einige von diesen Messungsreihen graphisch dargestellt. Dabei sind in Figur 4 und 5 die ausgezogenen Kurven nur durch die beobachteten Punkte gelegt; die Kurve in Figur 3 dagegen entspricht der von der Theorie geforderten Gestalt der Interferenzkurve, während die beobachteten Werte nur als diskrete Punkte eingetragen sind.

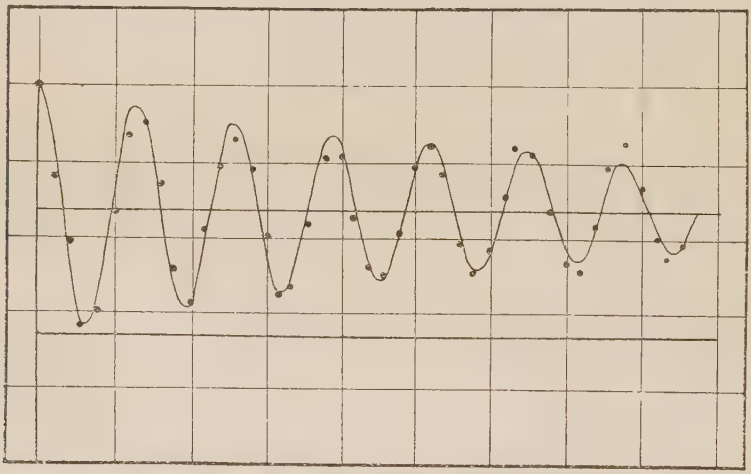

Fig. 3.

Die Kurve ist berechnet nach der Formel:

$$A \cdot (1 + e^{-k\vartheta} \cos n\,\vartheta)$$

für $\delta = 0.155$, bezw. $\frac{k}{n} = 0.0248$ und $A = 33.3$. Damit ihre Mittellinie mit derjenigen der beobachteten Punkte möglichst zusammenfällt, ist sie in vertikaler Richtung um den konstanten Betrag von 33.3 gehoben. Sie entspricht also — bezogen auf die Nullachse der Intensität — der Formel:

$$A \cdot (2 + e^{-k\vartheta} \cos n\,\vartheta).$$

Die beobachteten Punkte schließen sich im allgemeinen eng an diese Kurve an. Nur im Anfang sind die gemessenen Maxima etwas zu niedrig,

während gegen das Ende hin die gemessenen Maxima und Minima nach beiden Seiten hin über die Kurve hinausgehen. Derartige Abweichungen wurden ziemlich häufig und z T. in weit größerem Maße beobachtet. Es konnte jedoch erwiesen werden, daß sie von Zufälligkeiten in der Anordnung des Schwingungskreises abhängen und nicht wesentlich zur Gestalt der Interferenzkurven gehören. Im vorliegenden Falle liegen sie übrigens nicht sehr weit außerhalb der Fehlergrenzen.

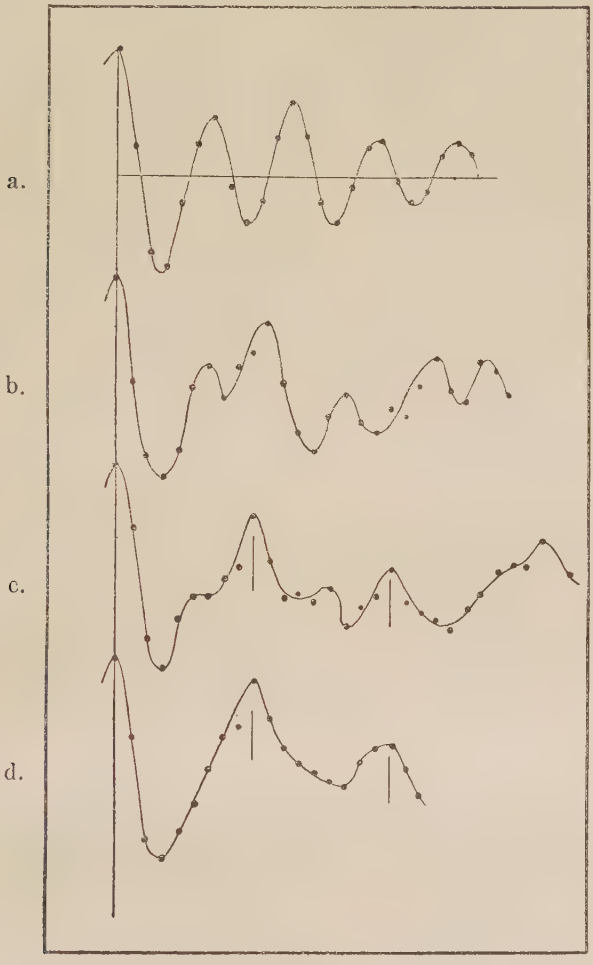

Fig. 4.

Die berechnete Kurve leistet also eine gute Darstellung der gesamten Messungsreihe, die sich über den ganzen verfügbaren Spielraum des Interferenzspiegels erstreckt und bis in die 7te Ordnung reicht.

Über die besonderen Eigentümlichkeiten der in Figur 4 und 5 dargestellten Interferenzkurven soll weiter unten ausführlich gehandelt werden. Zunächst ist das Wesentliche in der allgemeinen Gestalt der Kurven zu besprechen. Dieselben müssen nach der Berechnung eine doppelte Symmetrie aufweisen: in bezug auf eine horizontale und eine vertikale Achse. Letztere ist natürlich die Nullstellung des Spiegels, da die zeitliche Verschiebung ϑ der interferierenden Wellenzüge als rein arithmetische Größe ohne Vorzeichen eingeführt worden ist. Diese Symmetrie bestätigte sich vollkommen in der Nähe der Nullstellung; die äußersten Interferenzmaxima,

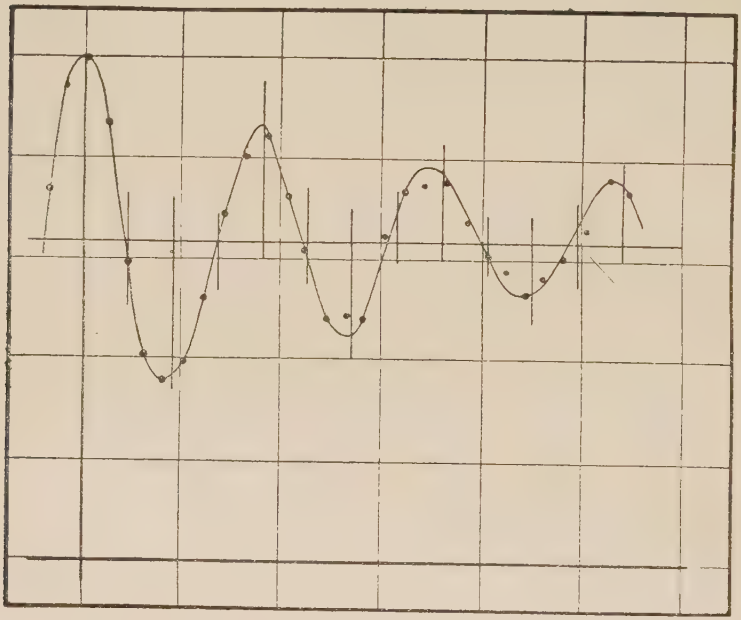

Fig. 5.

die zu beiden Seiten noch gemessen werden konnten, zeigten eben angebbare Unterschiede, die durch eine geringe Abnahme der Intensität mit der Entfernung vom Kollimatorspiegel (eventuell räumliche Dämpfung) zu erklären sind.

Zur Prüfung der horizontalen Symmetrie wurden aus den Höhen benachbarter Maxima und Minima Mittelwerte gebildet und diese mit den Werten der gegenüberliegenden Minima bezw. Maxima zu Mittelwerten vereinigt. Die so erhaltenen Zahlen weisen in der Tat eine bedeutende Konstanz auf; die ihnen in den Figuren entsprechenden Punkte lassen sich also mit großer Annäherung darstellen durch eine gerade Linie, die genau horizontal läuft.

J. red.	Hilfs-werte	Mittel-linie	Fehler
100.0			
38.0	97.2	67.6	— 2.4
94.4	45.6	70.0	0.0
53.2	91.6	72.4	+ 2.4
88.8	53.8	71.3	+ 1.3
54.4	85.8	70.1	+ 0.1
82.8	56.6	69.7	— 0.3
58.8	79.6	69.2	— 0.8
76.5	61.4	69.0	— 1.0
64.0	75.6	69.8	— 0.2
74.8	65.2	70.0	0.0
66.3	73.0	69.7	— 0.3
71.3	68.0	69.7	— 0.3
69.7	71.9	70.8	+ 0.8
72.6		70.0	± 1.15

J. red.	Hilfs-werte	Mittel-linie	Fehler
100.0			
39.6	95.8	67.7	+ 0.1
91.7	43.0	67.3	— 0.3
46.4	91.7	69.0	+ 1.4
91.7	45.9	68.8	+ 1.2
45.4	88.6	67.0	— 0.6
85.6	48.5	67.1	— 0.5
51.6	84.1	67.8	+ 0.2
82.6	51.4	67.0	— 0.6
51.2	83.9	67.6	0.0
83.2	51.6	67.4	— 0.2
51.9	82.4	67.2	— 0.4
81.6	52.8	67.2	— 0.4
53.7	81.4	67.6	0.0
81.2		67.6	± 0.64

J. red.	Hilfs-werte	Mittel-linie	Fehler
100.0			
34.7	95.2	65.0	— 0.3
90.4	37.3	63.9	— 1.4
39.8	90.0	64.9	— 0.4
89.7	40.7	65.2	— 0.1
41.6	89.6	65.6	+ 0.3
89.6	43.4	66.5	+ 1.2
45.2	87.1	66.2	+ 0.9
84.6	46.0	65.3	0.0
46.7	83.1	64.9	— 0.4
81.6	48.2	64.9	— 0.4
49.7	81.5	65.6	+ 0.3
81.4		65.3	± 0.7

Einzelwerte	Fehler
66.1	— 0.5
67.6	+ 1.0
70.0	+ 3.4
70.0	+ 3.4
67.5	+ 0.9
67.6	+ 1.0
65.3	— 1.3
65.9	— 0.7
65.9	— 0.7
65.4	— 1.2
66.3	— 0.3
65.3	— 1.3
66.4	— 0.2
64.0	— 2.6
65.0	— 1.6
66.6	± 1.7

Die vorstehenden Tabellen geben zunächst die Resultate von drei verschiedenen Messungsreihen und die daraus berechneten Werte für die

horizontale Mittellinie wieder; in der letzten sind deren Werte aus 15 nacheinander aufgenommenen Interferenzkurven zusammengestellt und mit ihrem Mittelwert verglichen. Die unten angegebenen Fehlergrenzen entsprechen der mittleren Abweichung eines Einzelwertes gegen das Mittel. Die möglichen Fehler des Mittelwertes sind stets kleiner als ein Drittel der angegebenen Beträge; sie liegen also für die drei Einzelbeobachtungen unter 0.5 %, für das Gesamtmittel bei 0.7 %.

Diese Konstanz der Mittellinie zeigt deutlich, wie zuverlässig die bei dem angewandten Verfahren erhaltenen Werte sind, und in welchem Grade die Proportionalität zwischen den Ausschlägen und den entsprechenden Intensitätswerten erfüllt ist; sie beweist ferner, daß die Intensität des Feldes innerhalb des Bereichs der Spiegelverschiebung sehr geringen Veränderungen unterworfen ist.

Interessant ist auch die Lage dieser Mittellinie. Der durchschnittliche Wert 66.6 aus der letzten Tabelle entspricht genau der in Figur 2 mitgeteilten Beobachtung, die also auch hierin typisch zu nennen ist. Das besagt aber, daß im Durchschnitt alle beobachteten Interferenzkurven — wie die in Figur 3 — darzustellen sind durch die Formel:

$$A\,(2 + e^{-k\vartheta} \cos n\,\vartheta).$$

Der Unterschied zwischen dieser und der berechneten Formel besteht darin, daß eine konstante Energie vom Betrage A hinzukommt. Außer der den Schwingungen innewohnenden Energie, die oszillatorischer Natur, also auch interferenzfähig ist, wird demnach vom Funken noch Energie ausgestrahlt, die unabhängig vom Gangunterschied des Interferenzspiegels — folglich nicht oszillatorischer Natur ist. Man wird sich daher vorstellen müssen, daß sie knallähnlichen Lufterschütterungen entspricht, die auch vom Druckapparat gemessen werden. Sehr merkwürdig ist das einfache rationale Verhältnis dieser Energie zu der der Schwingungen, auf das die Versuchsergebnisse offenbar hindeuten.

Jedenfalls aber ändert das nichts an der Tatsache, daß die Interferenzkurven Bilder der interferierenden Wellen sind.

Bestimmung der Wellenlängen aus den Interferenzkurven.

Zur Bestimmung der Wellenlängen wurden in der Regel die Maxima 5ter Ordnung zu beiden Seiten von der Nullstellung des Interferenzspiegels ausgemessen. Der Abstand dieser Maxima — wegen der schiefen Inzidenz mit einer Korrektur von — 2 % — ergibt, durch 5 dividiert, die Länge der untersuchten Welle. Da der Abstand bis auf 0.05 mm angegeben werden kann, so ist die Bestimmung der Wellenlängen genau bis auf 0.01 mm. Das entspricht in dem durchgemessenen Bereich einem mittleren Fehler von 0.3 bis 0.5 %.

Da die Periode der Schallwellen gleich sein soll der halben Schwingungsdauer des elektrischen Systems, so muß sich ihre Wellenlänge entsprechend der Thomsonschen Formel berechnen lassen nach der Gleichung:

$$\lambda = \pi \cdot v \cdot \sqrt{L \cdot C},$$

worin L und C die Selbstinduktion bezw. die Kapazität des Schwingungskreises und v die Schallgeschwindigkeit in Luft bezeichnet.

Folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die erhaltenen Resultate. Sie enthält in den einzelnen Kolumnen der Reihe nach: die einzeln gemessenen Werte von C und L, die Temperatur der Luft bei der Beobachtung t^0, die aus diesen Daten berechneten und die aus den Interferenzkurven bestimmten Wellenlängen, schließlich die Quotienten dieser Werte.

Für die Schallgeschwindigkeit wurde der allgemeine Wert:

$$v = 331 \cdot \sqrt{1 + 0.004 \cdot t^0}$$

eingesetzt, der nach den Untersuchungen von E. Dieckmann auch für diese kurzen Schallwellen gilt. (Ann. d. Phys. 27. 1066. 1908.)

C	L	t^0	λ_b	λ_m	λ_m/λ_b
2.0	2.02	20°.0	2.17	2.18	1.004
2.0	2.35	22°.0	2.35	2.38	1.01
4.1	1.34	20°.0	2.53	2.53	1.00
4.1	1.68	20°.0	2.84	2.87	1.01
4.1	2.02	20°.0	3.11	3.14	1.01
4.1	2.35	18°.0	3.34	3.32	0.993
4.1	2.68	18°.0	3.565	3.59	1.01
10^{-3} M. F.	10^6 cm		mm	mm	

Man sieht, daß die gemessenen Werte mit den berechneten recht gut übereinstimmen, so daß man die Resultate als Bestätigung der Thomsonschen Formel auffassen kann. Im Durchschnitt fallen die gemessenen Werte ein wenig größer aus als die berechneten; diese Tatsache läßt sich jedoch sehr einfach durch die Dämpfung der Wellen erklären. Denn die Lösung der Diff. Gl. der Kondensatorentladung ist allgemein zu schreiben:

$$J = e^{\alpha t}$$

worin:

$$\alpha = -\frac{w}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{w}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Dabei haben L und C dieselbe Bedeutung wie oben, w ist der Ohmsche Widerstand des Schwingungskreises. Setzt man nun:

$$\frac{w}{2L} = k$$

und

$$\frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = n_0,$$

als die der Thomsonschen Formel entsprechende Frequenz, so kommt:

$$\alpha = -k \pm i \cdot \sqrt{n_0^2 - k^2}$$

und:

$$J = e^{-kt} \cdot e^{\pm i \cdot \sqrt{n_0^2 - k^2}}$$

Die tatsächliche Frequenz des Systems ist also:

$$n = \sqrt{n_0^2 - k^2} = n_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{k}{n_0}\right)^2}$$

d. h. kleiner als der der Thomsonschen Formel entsprechende Wert.

Für die Wellenlänge folgt dann analog:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{k}{n_0}\right)^2}}$$

d. h. ein Wert, der etwas größer ist als

$$\lambda_0 = \frac{\pi \cdot v}{n_0} = \pi \cdot v \cdot \sqrt{L \cdot C} = \lambda_b.$$

Dabei ist annähernd:

$$\frac{k}{n_0} = \frac{\delta}{2\pi}$$

wenn δ das nat. log. Dekrement bezeichnet.

Bei den in der Tabelle angeführten Messungen dienten als Kondensatoren nur die beiden großen Leydener Flaschen. Wurden dagegen andere Kondensatoren eingeschaltet, so ergaben sich zuweilen ganz erhebliche Abweichungen in den Wellenlängen, die dann stets größer ausfielen, als die berechneten Werte. Besonders groß waren diese Fehler bei Verwendung des Eintauchkondensators mit Rizinusfüllung und einer ganz neuen Leydener Flasche; hier überstieg der gemessene Wert den berechneten um nahezu 60 %. Da die ganze Anordnung des Schwingungskreises dieselbe war, so konnte die Ursache der Störungen nur in den dielektrischen Eigenschaften (Hysteresis) der benutzten Kondensatoren gesucht werden. Um dies zu prüfen, wurden Kontrollversuche mit dem Luftkondensator ausgeführt, der vermöge seiner Konstruktion als prinzipiell einwandfrei anzusehen ist. Das Ergebnis war auch hier, daß die gemessenen Werte der Wellenlängen um höchstens 1 % größer ausfielen als die berechneten. Das entspricht aber ganz dem Ergebnis der Messungen mit den großen Flaschen, und diese sind somit auch als wesentlich einwandfrei nachgewiesen.

Nachdem nun durch Messungen mit zuverlässigen Kondensatoren die Anwendung der Thomsonschen Formel hinreichend gerechtfertigt ist, kann man umgekehrt über die Güte eines anderen Kondensators dadurch entscheiden, ob die von ihm erzeugte Wellenlänge mit der berechneten über-

einstimmt. Denn da zur Berechnung die elektrostatisch gemessene Kapazität benutzt wird, so liefert die Bestimmung der Wellenlänge ein Kriterium dafür, ob die Kapazität des Kondensators von der Frequenz des Schwingungskreises abhängt oder nicht.

Die oben erwähnte neue Flasche zeigte sich übrigens auch später dadurch als unzuverlässig, daß sie bei fortgesetzter Benutzung immer größere Dekremente ergab. —

Die Werte, die Altberg für die Wellenlängen erhält, sind stets größer als die berechneten; die Abweichungen gehen bis 9%. Dabei müßte man gerade das Gegenteil erwarten, da Altberg seine Zahlen aus Beugungsbeobachtungen entnimmt und Gitter von beschränkter Spaltzahl verwendet. Eine sicherlich mögliche Inkonstanz der Schallgeschwindigkeit in der Nähe der Funkenstrecke kann aber nicht der Grund für eine Verschiebung der Interferenzmaxima sein, denn die interferierenden Strahlen erhalten ihre Gangunterschiede erst hinter dem Gitter. Dagegen sind meines Erachtens die Differenzen viel eher durch geringe Verunreinigungen des benutzten Dielektrikums (Petroleum) zu erklären; jedenfalls würde der stets gleiche Sinn der Abweichungen sehr gut zu dieser Annahme passen.

Wellen höherer Frequenzen.

In der Tabelle II der Altbergschen Arbeit fällt es auf, daß die letzten Werte durchaus nicht übereinstimmen; berechnet ist 0.8 mm, beobachtet aber 1.5 mm. Diese Angabe ist für mich sehr wertvoll gewesen, denn schon bei den Vorversuchen stieß ich auf ähnliche Verhältnisse. Von einer bestimmten Frequenz an stimmten die gemessenen Wellenlängen nicht mehr mit den berechneten Werten, dagegen sehr genau mit den doppelten Beträgen derselben überein.

Diese Erscheinung hat mich lange beschäftigt. Ich habe mit allen möglichen Mitteln versucht, auch bei höheren Frequenzen die einfachen Werte der Wellenlängen zu erhalten — aber vergebens. Die Wahl des Elektrodenmaterials, die Art der Kühlung sowie alle Veränderungen in der Anordnung des Schwingungskreises bewirkten höchstens eine geringe Verschiebung der kritischen Grenze. Alle Wellenlängen unter 2 mm (Schwingungszahl zirka 172000 pro sec.) erschienen verdoppelt.

Der Interferenzapparat gab dann ein gutes Mittel an die Hand, die Erscheinung genau zu studieren. Ich konnte zunächst feststellen, daß kein plötzlicher, sondern ein ganz allmählicher Übergang stattfindet und es gelang mir, diesen in einer ganzen Reihe von Wellenbildern festzuhalten.

In der Figur 4 sind einige der diesbezüglichen Beobachtungen dargestellt. Die Kurven sind kurz nacheinander mit ganz ähnlichen Anordnungen aufgenommen; c und d sogar mit demselben Schwingungskreis, nur mit veränderter Funkenlänge (von 0.2 mm auf 0.4 mm).

Figur 4a zeigt bei sonst ganz regelmäßigem Aussehen nur eine kleine, aber deutliche Abschwächung der ungeraden Maxima und Minima. Diese sind in Figur 4b schon erheblich schwächer als die geraden und vermögen höchstens gegen das Ende hin sich noch gut zu behaupten. In Figur 4c sind sie schon so weit unterdrückt, daß sie nur noch als kleine Zacken zwischen den stehenbleibenden Bergen und Tälern zu erkennen sind, bis schließlich (Figur 4d) der Kampf damit endigt, daß nur noch die geraden Maxima vorhanden, die ungeraden aber in deren breiten Massen verschwunden sind.

Es bleibt dann also nur eine Welle, die doppelt so groß ist, als die sonst zu erwartende, deren Periode also gleich ist der ganzen Periode des elektrischen Systems. Das gibt aber einen wichtigen Anhaltspunkt für eine mögliche Erklärung der Erscheinung, denn der Sachverhalt entspricht ganz dem Fall, wo ein Schwingungskreis durch einen Gleichstrom angeregt wird und seine Entladungen diesem überlagert, wie z. B. im Poulsonschen Lichtbogen.

Bei der hier benutzten Anordnung ist nun freilich kein stationärer Gleichstrom vorhanden, sondern die Anregung erfolgt durch den Stromstoß des Induktors. Dieser hält sicher nur sehr kurze Zeit an und seine Stromstärke nimmt wahrscheinlich rasch ab. Trotzdem muß er imstande sein, die beschriebene Erscheinung hervorzurufen, falls seine Dauer nicht kleiner ist als die Periode des Schwingungskreises. Nimmt man z. B. an, daß der Induktionsstoß nur $^1/_{50000}$ sec. andauert, so wird er bei der kritischen Schwingungszahl 172000 mehr als drei ganze Schwingungen überdecken, die gleichgerichteten Entladungsströme verstärken, die entgegenkommenden abschwächen und so in der akustischen Welle den geraden Maximis das Übergewicht über die ungeraden geben. Je größer nun die Schwingungszahl ist, desto mehr Schwingungen werden dann in die Dauer des Induktionsstoßes fallen, umsomehr werden auch in der Zeit verlaufen, wo der Stromstoß noch eine sehr erhebliche Stärke hat. Schließlich werden dann die entgegenkommenden Entladungsströme vollkommen von dem Induktionsstrom unterdrückt und unmerklich gemacht werden.

Diese Erklärung der Erscheinung gewinnt noch mehr Wahrscheinlichkeit durch einige Versuche, die mit einer Wellenlänge von 2.08 mm angestellt wurden. Die Interferenzkurve zeigte bei 0.2 mm Funkenlänge Ungleichmäßigkeiten in der Art wie Figur 4a. Wurde die Funkenlänge auf 0.3 mm erhöht, so verschwanden dieselben bis auf eine deutliche Schwächung des ersten Maximums, offenbar weil der Induktionsstrom rascher aufhörte. Wurde nun die Stromstärke im Primärkreis gesteigert, so erschienen wieder die alten Ungleichheiten, und zwar durch die ganze Interferenzkurve.

Fast alle beobachteten Interferenzkurven zeigen auch bei sonst ganz regelmäßigem Bau eine deutliche Abschwächung des ersten Interferenzmaximums, so daß dieses oft nicht höher erscheint als das zweite. Das ist nach der hier entwickelten Auffassung dahin zu deuten, daß die erste Rückschwingung stets einen Teil ihrer Energie dazu braucht, den letzten Rest des Induktionsstromes zu vernichten. Dafür spricht auch die Tatsache, daß das erste Maximum nur ungeschwächt erscheint bei den größten beobachteten Wellen und den größten verwendbaren Funkenlängen.

Es liegt auf der Hand, daß die oben erwähnte Beobachtung von Altberg hierher gehört. Daß Altberg die Verdoppelung erst an kürzeren Wellenlängen beobachtete, würde zu dem Schluß führen, daß der von ihm benutzte Wehneltunterbrecher schärfer unterbricht und kürzere Induktionsströme liefert als der von mir verwendete Wagnersche Hammer. Das ist aber auch durchaus wahrscheinlich.'

Das Abklingen der Wellen.

Bestimmung des logarithmischen Dekrements.

Zur Untersuchung der Dämpfung wurden nicht die ganzen Interferenzkurven durchgemessen, weil dies recht umständlich ist und doch die maßgebenden Umkehrpunkte nicht mit hinreichender Genauigkeit ergibt. Es wurde vielmehr für jede Anordnung des Schwingungskreises die Wellenlänge in der oben beschriebenen Weise ermittelt, und dann die „Abklingungskurve" dadurch aufgenommen, daß der Interferenzspiegel auf die den Umkehrpunkten entsprechenden Gangunterschiede eingestellt wurde.

Die so erhaltenen Punkte stellen zwei zur horizontalen Mittellinie symmetrische Kurven dar, die nach der Theorie Exponentialkurven sein sollen. Ihre Ordinaten — gemessen von der Mittellinie aus — müßten dann in geometrischer Progression abnehmen. Die Dämpfung wird dann gemessen durch das Verhältnis der Ordinaten benachbarter Maxima und Minima; das Dekrement ist der natürliche Logarithmus dieses Quotienten. Eine einfache Betrachtung zeigt, daß auch die Höhenunterschiede der aufeinander folgenden Maxima und Minima in geometrischer Progression abnehmen müssen. Bezeichnet man diese, beginnend mit dem Maximum 0 ter Ordnung, durch: d_0, d_1, $d_2 \ldots d_n$, so ist:

$$\ln\left(\frac{d_0}{d_n}\right) = \ln d_0 - \ln d_n = n \cdot \frac{\delta}{2}$$

Die $d_0, \ldots d_n$ können nun direkt aus den beobachteten Werten als Differenzen entnommen werden. Man erhält so aus jedem Umkehrpunkt mit Ausnahme des letzten einen Wert für δ, der dem Abklingen der Wellen bis zu diesem betreffenden Punkt entspricht. Soll das Exponentialgesetz für die untersuchten Wellen gültig sein, so müssen diese Einzelwerte innerhalb der für sie anzunehmenden Fehlergrenzen konstant sein.

Die Prüfung dieser Gesetzmäßigkeit an dem vorliegenden Beobachtungsmaterial stieß aber auf einige Schwierigkeiten.

Die Kurven der Minima zeigen zwar im allgemeinen große Ähnlichkeit mit einer Exponentialkurve; dagegen sind die Kurven der Maxima zum Teil mit höchst merkwürdigen Abnormitäten behaftet.

Ein Blick auf die in Figur 6 mitgeteilten Beobachtungen wird das besser verdeutlichen als alle Erklärungen; die Ähnlichkeit mit Schwebungen ist überraschend. Als Ursache der Erscheinung können nach allen meinen Erfahrungen nur sekundäre Koppelungsvorgänge im Schwingungskreis angenommen werden. Denn ein einfacher Kunstgriff bringt meistens die Störungen zum Verschwinden. Steckt man auf gut Glück eine der Selbstinduktionsspulen aus dem einen in den andern Zweig des Schwingungskreises (zwischen Kondensator und Funkenstrecke) so wird die Kurve der Maxima auch glatter und zeigt in der Regel nur noch Andeutungen der früheren Unregelmäßigkeiten. In jeder der Figuren 6 sind die so erhaltenen Punkte (·) eingezeichnet, außerdem die für die wahrscheinlichsten Werte des Dekrements berechneten Exponentialkurven.

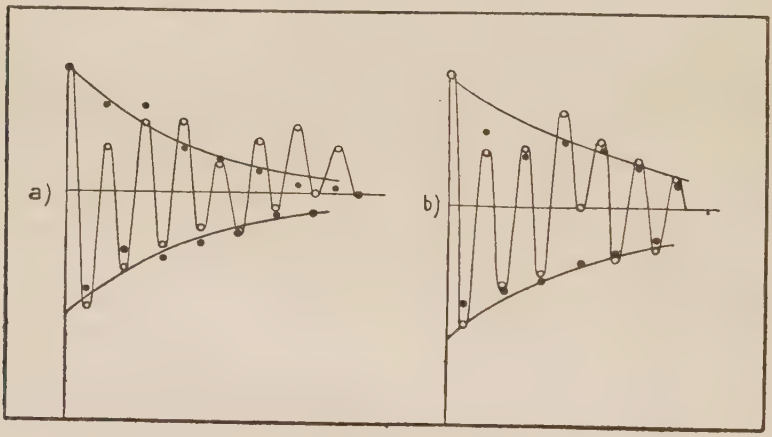

Fig. 6.

Charakteristisch für diese Störungen ist, daß sie fast nur die Maxima betreffen, also asymmetrisch zur Mittellinie sind. Sie machen sich also stets dadurch bemerkbar, daß die aus den betreffenden Punkten berechneten Werte für die Mittellinie herausfallen. Ich habe daher auch bei allen Dämpfungsbestimmungen die Mittellinie als Kontrolle benutzt und alle diejenigen Punkte von der Berechnung ausgeschlossen, die für die Mittellinie abweichende Werte lieferten.

Als Beispiel für dieses Verfahren und den Gang der Messungen überhaupt sei folgende Berechnung aus den Protokollen mitgeteilt. Sie gibt die Auswertung der zweiten Beobachtung aus Fig. 6 b, bei der die ersten beiden Maxima herausfallen.

Man sieht, daß die Werte für die Mittellinie nach dem zweiten Maximum konstant werden. Die aus den folgenden Umkehrpunkten berechneten 7 Werte von $\frac{\delta}{2}$ zeigen eine sehr befriedigende Übereinstimmung, so daß der Fehler des Mittels nur 3.1 % beträgt.

Spiegel-einst.	J. beob.	J_0	J red.	Hilfs-werte	Mittel-linie	d_n	ln d_n	$\ln\left(\frac{d_0}{d_n}\right)$	n	$\frac{\delta}{2}$
9.90	56.3	56.3	100.0						0	
						62.6	6.439			
10.63	21.0	56.1	37.4	92.5	65.0				1	
						47.7	6.168			
11.36	47.6	55.9	85.1	40.1	62.6				2	
						42.4	6.050			
12.09	23.8	55.7	42.7	81.8	62.3				3	
						35.8	5.881			
12.82	43.6	55.5	78.5	44.0	61.2				4	
						33.3	5.808			
13.35	25.0	55.3	45.2	80.3	62.8			0.525	5	0.105
						37.0	5.914			
14.28	45.4	55.2	82.2	47.5	64.9			0.625	6	0.104
						33.5	5.814			
15.01	27.4	55.2	49.7	81.2	65.5			0.716	7	0.102
						30.6	5.723			
15.74	44.2	55.1	80.3	51.1	65.7			0.811	8	0.101
						27.8	5.628			
16.47	28.9	55.0	52.5	78.2	65.4			0.971	9	0.108
						23.7	5.468			
17.20	41.9	55.0	76.2	54.5	65.4			1.156	10	0.116
						19.7	5.283			
17.93	31.2	55.2	56.5	74.1	65.3			1.396	11	0.127
						15.5	5.043			
18.66	39.9	55.4	72.0							

Mitte: 65.0

$$\frac{\delta}{2} = 0.109 \pm 0.0035$$

Dieser Wert stimmt auch sehr gut überein mit den letzten 3 Einzelwerten aus der entsprechenden ersten Beobachtung. (0.104, 0.102, 0.111.) Schön ist an der Beobachtung auch die Konstanz von J_0 zu sehen.

In der Praxis der Beobachtungen ist es natürlich recht lästig, daß infolge der unberechenbaren Störungen ganze Messungsreihen unbrauchbar sind und wiederholt werden müssen.

Nach diesem Verfahren wurden alle vorhandenen Abklingungsbeobachtungen ausgewertet. Alle zeigen eine recht gute Konstanz der für das Dekrement berechneten Einzelwerte. Die mittleren Fehler der Endresultate betragen im besten Falle $\pm$ 3 % und nur in vereinzelten Fällen über 5 %.

Die vorliegenden Messungen dürften daher wohl zu den genauesten Dämpfungsbestimmungen an so schnellen Schwingungen gehören. Sie bestätigen alle übereinstimmend, daß das Abklingen der untersuchten Schallwellen mit großer Annäherung durch Exponentialfunktionen dargestellt werden kann. Das ersieht man auch deutlich aus den Figuren 8 und 9, in denen außer den beobachteten Punkten von drei verschiedenen Messungen die Exponentialkurven als ausgezogene Linien eingezeichnet sind.

Die Genauigkeit der Mittelwerte von δ wird geringer, wenn es sehr große oder sehr kleine Werte annimmt. Denn bei schwach gedämpften Wellen nähern sich die Differenzen der benachbarten Amplituden immer mehr der Fehlergrenze, und bei sehr stark gedämpften Wellen können nur wenige Umkehrpunkte beobachtet, also auch nur wenige Einzelwerte berechnet werden.

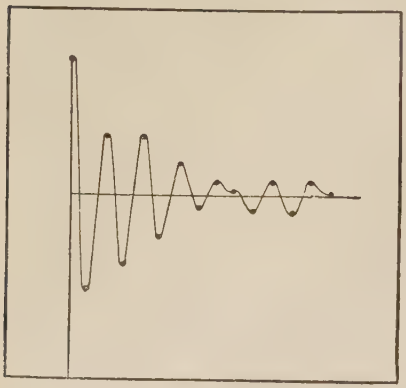

Fig. 7.

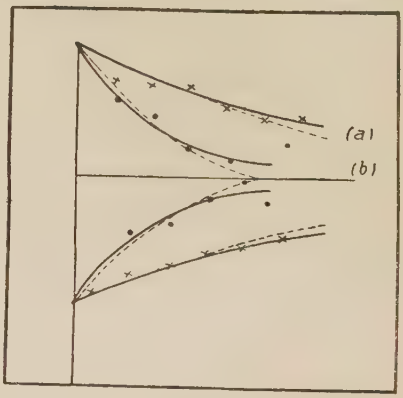

Fig. 8.

Die absoluten Werte von δ, die hier gemessen werden konnten, bewegen sich zwischen 0.138 (Figur 8a) und 0.620. Der für die Formeln charakteristische Wert $\frac{k}{n} = \frac{\delta}{2\pi}$ liegt demnach zwischen 0.02 und 0.1; es sind also deutlich schwach gedämpfte und stark gedämpfte Schwingungen beobachtet. Die Kurve in Figur 9 ist berechnet für $\delta = 0.155$ (cf. Fig. 3), die zweite in Figur 8b für $\delta = 0.488$; die Kurven in Figur 6a und b entsprechen den Werten $\delta = 0.289$ bezw. $\delta = 0.218$.

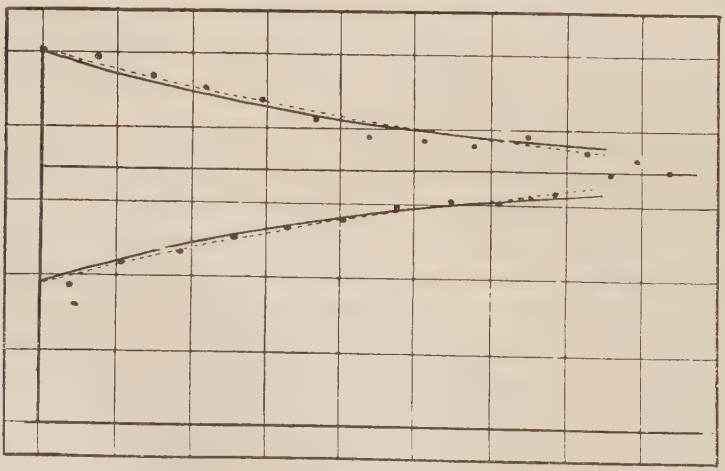

Fig. 9.

Die oben (pag. 29) mitgeteilten Zahlenreihen sind auch durch direkte Beobachtung der Abklingungskurven erhalten.

Es ist sehr wahrscheinlich, daß die elektrischen Oszillationen des Schwingungskreises von einem bestimmten Moment an nicht mehr die Funkenstrecke passieren und nur noch in den metallischen Leitern verlaufen, sobald das Potential des Kondensators unter einen bestimmten Betrag gesunken ist. In diesem Moment müßten auch die im Funken entstehenden akustischen Wellen plötzlich abreißen. Wird nun der Gangunterschied der beiden Hälften des Strahlenbündels so groß, daß die beiden von einem Impuls erzeugten Schwingungen vollkommen getrennt werden, also in der resultierenden Welle hintereinander herlaufen, ohne zu interferieren, so müßte die Energie derselben konstant, d. h. unabhängig von der Einstellung des Interferenzspiegels sein.

Die Beobachtungen, bei denen das Aufhören der regulären Oszillationen innerhalb des verfügbaren Bereiches liegt, zeigen aber ein durchaus abweichendes Verhalten. Ein Beispiel für viele ist in Figur 7 wiedergegeben. Erst kommt das regelmäßige Abklingen; die Maxima und Minima nähern sich symmetrisch der Mittellinie. Nachdem diese aber nahezu erreicht ist, tritt ein Umschlag ein: an den Stellen, die der Lage der Maxima entsprechen, nimmt die Intensität beinahe konstante Werte unterhalb der Mittellinie an, während sie an den Stellen der Minima über diese hinaus wächst. Die Erscheinung ist entschieden deutlich und gleich gut zu beobachten, ob nun das rasche Abklingen der Schwingungen durch Vergrößerung des Ohmschen Widerstandes oder durch Verlängerung der Funkenstrecke bewirkt wird. Für eine Erklärung fehlt mir zurzeit noch jeder sichere Anhaltspunkt.

Um zu untersuchen, wie weit die Interferenzen der untersuchten Wellen reichen, wurde nach Erledigung aller anderen Messungen der ganze Aufbau noch einmal sorgfältig justiert. Der Einfallswinkel am Interferenzspiegel wurde auf 8^0 vermindert, so daß die Korrektur der Spiegelverschiebung auf die Gangunterschiede nur $1\,\%$ betrug. Dann wurde die Stellung des festen Spiegels möglichst weit zurückverlegt; der bewegliche Spiegel konnte nun um mehr als 17 mm gegen den festen nach einer Seite hin verschoben werden. Für den Schwingungskreis wurde dann eine Anordnung gewählt, die nach den vorhergehenden Versuchen sehr glatte Wellen und ein kleines Dekrement ergeben hatte. ($\delta = 0.155$.) Eingestellt wurde einfach auf die Gangunterschiede, die der früheren Eichung der Wellenlänge entsprechen (vor 5 Monaten gemessen); Fehler von $1\,\%$ hätten genügt, die ganze Messung unbrauchbar zu machen.

Die recht guten Ergebnisse der Beobachtung sind in Figur 9 wiedergegeben. Es ist damit gelungen, deutliche und sehr regelmäßige Interferenzen bis in die zehnte Ordnung zu verfolgen. Die Beobachtung entspricht im übrigen (z. B. Lage der Mittellinie) ganz dem allgemeinen Charakter der vorhergehenden.

Das Dekrement in Abhängigkeit von den Parametern des elektrischen Systems.

Da es für verschiedene Zwecke wichtig ist, entweder sehr stark oder möglichst schwach gedämpfte Wellen zur Verfügung zu haben, so habe ich versucht, die Dämpfung der Luftwellen in ihrer Abhängigkeit von den verschiedenen Faktoren zu untersuchen, die bei der benutzten Erregungsart einen wesentlichen Einfluß darauf haben können.

Als solche kommen nun in Betracht: die Länge der Funkenstrecke, der Widerstand, die Selbstinduktion und die Kapazität des Schwingungskreises.

Die Abhängigkeit des Dekrements von der Funkenlänge wurde untersucht an einer festen Anordnung des Schwingungskreises mit $C = 2.0 \cdot 10^{-3}$ M. F. und $L = 2.40 \cdot 10^{6}$ cm; die Wellenlänge betrug daher 2.43 mm. Die Einstellung des Elektrodenabstandes geschah in der oben angegebenen Weise.

Folgende Tabelle gibt eine Übersicht über die Ergebnisse von acht einzelnen Messungsreihen.

Funkenlänge in mm	Dekrement
0.1	0.36
0.14	0.34
0.2	0.28
0.3	0.43
0.4	0.48
0.5	0.54
0.58	0.58
0.6	0.60

Man sieht, daß zunächst das Dekrement mit wachsendem Elektrodenabstand abnimmt bis zu einem Minimum bei etwa 0.2 mm; dann folgt eine stetige Zunahme, die bei größeren Funkenlängen etwas langsamer wird und dann nahezu linear ist.

Figur 10 gibt eine graphische Darstellung dieses Verlaufs. Vergleicht man diese Kurve mit denen, die Zenneck für das Dekrement elektrischer Schwingungen gefunden hat, so findet man eine bedeutende Ähnlichkeit. Der einzige Unterschied ist, daß hier das Minimum nach kleineren Funkenlängen verschoben ist. Das liegt aber höchst wahrscheinlich an dem kleineren Krümmungsradius der hier benutzten Elektroden. Meines Erachtens ist das Auftreten des Minimums überhaupt schon durch die Krümmung der Elektrodenflächen zu erklären. Denn bei kleinem Abstand geht der Funken nicht in der kürzesten axialen Verbindungslinie der

Elektroden über, sondern zwischen weiter außen liegenden Punkten, die infolge der Krümmung weiter von einander entfernt sind. Er überwindet dann tatsächlich eine längere Luftstrecke, als dem gemessenen Abstand entspricht.

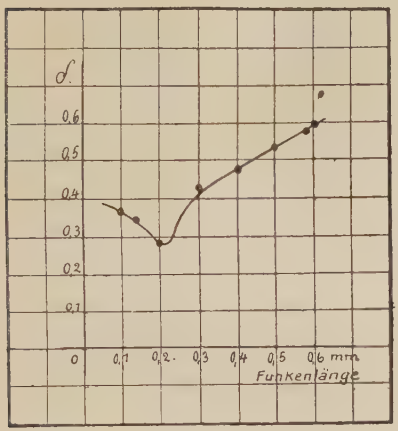

Fig. 10.

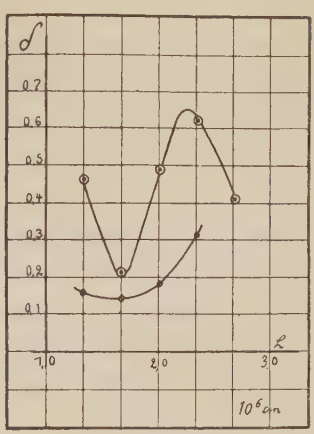

Fig. 11.

Ohne die Existenz der Funkenstrecke müßte nach der Kirchhoff-Thomsonschen Theorie:

$$k = \frac{w}{2L} \text{ und } \delta = 2\pi \cdot \frac{k}{n} = \frac{1}{\lambda} \cdot 2\pi^2 \cdot v \cdot w \cdot C$$

sein. L ist dabei durch die Thomsonsche Formel eliminiert. Wird w und C konstant gehalten, so muß auch das Produkt:

$$\delta \cdot \lambda = 2\pi^2 \cdot v \cdot w \cdot C$$

konstante Werte zeigen. Unter der Annahme, daß das Dekrement der akustischen Wellen dem der elektrischen proportional ist (siehe weiter unten), habe ich versucht, dieses Gesetz zu prüfen. Ich benutzte dazu einen Schwingungskreis von gleichbleibender Zusammenstellnng (w und C konstant) und veränderte die Selbstinduktion nur durch engere oder losere Koppelung der eingeschalteten Spulen. Die erzielten Variationen der λ waren freilich ziemlich klein.

λ	δ	λ · δ	Fehler
2.30	0.31	0.708	— 0.015
2.38	0.29	0.690	+ 0.003
2.43	0.28	0.681	+ 0.012
		0.693	

Die größten Abweichungen der $(\lambda \cdot \delta)$ bleiben noch unter 4 %. Die Resultate geben aber eher eine Kontrolle für die Genauigkeit der Werte von δ als eine Bestätigung des untersuchten Gesetzes.

Variiert man nämlich die Selbstinduktion um größere Beträge, ohne den Widerstand wesentlich zu verändern, so ändert sich das Dekrement zum Teil geradezu im entgegengesetzten Sinne, als der obigen Formel entspricht. Wie groß und unregelmäßig diese Veränderungen sind, kann man aus folgenden Zahlen in Verbindung mit Figur 11 ersehen. Bei der ersten Beobachtungsserie (δ_1) wurden nur die Kupferspulen verwendet, so daß der Ohmsche Widerstand des Schwingungskreises im Maximum etwa 8 Ω betrug. Bei der zweiten Serie wurde eine Spule durch eine Konstantanspule von gleicher Selbstinduktion ersetzt, wodurch der Gesamtwiderstand um den konstanten Betrag von 50 Ω vermehrt wurde.

Man sieht, daß nur im Anfang die Werte von δ mit zunehmendem λ abnehmen, dann folgt in beiden Kurven in derselben Gegend ein Minimum, darauf ein bedeutender Anstieg, und bei den δ_2 ist sogar ein deutliches Maximum zu beobachten. Die gemessenen Unterschiede liegen meistens weit außerhalb der möglichen Fehlergrenzen.

L (10^6 cm)	λ (mm)	δ_1	δ_2
1.34	2.53	0.155	0.462
1.68	2.87	0.138	0.218
2.02	3.14	0.185	0.488
2.35	3.31	0.324	0.620
2.68	3.59	—	0.408

Das Dekrement ändert sich nicht einmal in demselben Sinne wie der Ohmsche Widerstand. Wurde z. B. in der Anordnung der 4ten Messung für δ_2 der Widerstand durch Einsetzen einer zweiten Konstantanspule nahezu verdoppelt, so zeigte das Dekrement eine Abnahme auf etwa zwei Drittel (von 0.620 auf 0.470).

Man sieht, daß das Dekrement in recht komplizierter Weise von dem Widerstand und der Selbstinduktion abhängt. Das kann nur daran liegen, daß sich die Funkenstrecke im Schwingungskreis durchaus nicht wie ein Ohmscher Widerstand verhält. Ihre dämpfende Wirkung wird vor allem sehr davon abhängen, ob beim Funkenübergang ein Entladungsverzug eintritt oder nicht. Dafür ist aber maßgebend, wie die periodischen Schwankungen des Potentials und der Stromstärke in ihrer Phase zu einander stehen; es kommt also nicht nur an auf die absolute Größe der elektrischen Parameter, sondern auch auf ihr gegenseitiges Verhältnis.

Die vorliegenden Beobachtungen über diesen Gegenstand können natürlich nicht als erschöpfend bezeichnet werden. Sie zeigen aber, daß die Interferenzbeobachtungen an den elektrisch erregten Luftwellen ein ganz brauchbares Mittel darstellen, die Wirkung einer Funkenstrecke im Schwingungskreis zu untersuchen.

Eine Untersuchung über den Einfluß der Kapazität auf die Dämpfung ist mir bis jetzt nicht gelungen. Es ist sehr schwierig, gleichartige und wirklich einwandfreie Kondensatoren zu beschaffen, die eine hinreichende Variation ermöglichen; der Luftkondensator aber versagt, sobald das Funkendekrement beträchtlicher wird.

Über eine andere Möglichkeit, das Abklingen der Wellen darzustellen.

Aus allen beobachteten Interferenzkurven folgt, daß das Abklingen der untersuchten Schallwellen mit großer Annäherung durch Exponentialfunktionen dargestellt werden kann. Dieses Ergebnis ist sehr wichtig; denn unter der Voraussetzung logarithmischer Dämpfung ergibt die Rechnung, daß die Interferenzkurve ein genaues Bild der untersuchten Welle darstellt.

Das Resultat ist aber sehr merkwürdig, wenn man erwägt, daß diese Schallwellen in sehr enger Beziehung zu den elektrischen Schwingungen des Schließungskreises stehen. Die Bestimmung der Wellenlängen ergibt mit großer Genauigkeit, daß jeder ganzen elektrischen Schwingung zwei akustische entsprechen, so daß jeder einzelne Funkendurchgang, unabhängig von der jeweiligen Stromrichtung, eine Dilatation und darauf folgende Kontraktion der umgebenden Luft bewirkt. Es ist daher naheliegend, die Elongation der akustischen Wellen prop. einer geraden Potenz der Stromstärke zu setzen. Der Ansatz der zweiten Potenz wäre dahin zu deuten, daß die akustischen Wellen durch die periodischen Erwärmungen der Funkenstrecke entstehen. Nimmt man diesen Sachverhalt an, so kann man aus dem Abklingen der akustischen Wellen auf das der elektrischen schließen. Es folgt, daß auch die elektrischen Wellen nach dem Exponentialgesetz abnehmen, und daß ihre Dämpfung sich von derjenigen der Schallwellen nur durch einen konstanten Faktor $\left(\frac{1}{2}\right)$ unterscheidet.

Man könnte nun geneigt sein, in dieser Folgerung eine gute Bestätigung der Kirchhoff-Thomsonschen Theorie zu sehen, welche ergibt, daß die Kondensatorschwingungen nach dem Exponentialgesetz abklingen. Dazu muß jedoch bemerkt werden, daß diese Theorie in Strenge nur für Schließungskreise ohne Funkenstrecke gilt. Heydweiller aber hat gezeigt[1]),

---

1) Ann. d. Phys. 19, p. 649, 1906.

daß der meist überwiegende Einfluß der Funkenstrecke eine lineare Abnahme der Stromamplitude im Schwingungskreis zur Folge hat. Die Folgerung aus der oben aufgestellten Hypothese steht also dazu in offenbarem Widerspruch.

Trotzdem läßt sich zeigen, daß diese Hypothese selbst, ebenso wie die Versuchsergebnisse, sehr gut mit den Resultaten der Heydweillerschen Theorie übereinstimmen.

Diese besagt, daß der zeitliche Verlauf der Stromamplitude darzustellen ist durch:

$$i = a \cdot (1 - c\,x); \qquad x = n\,t.$$

Für die Amplitude der akustischen Schwingungen würde daraus folgen:

$$A \sim i^2 = A_0\,(1 - c\,x)^2.$$

Bildet man die um eine halbe Schwingung auseinanderliegenden Werte von A:

$$A_n = A_0\,(1 - c\,x_n)^2$$

$$A_{n+1} = A_0\,(1 - c\,x_{n+1})^2,$$

so folgt:

$$\sqrt{A_n} - \sqrt{A_{n+1}} = c \cdot \sqrt{A_0} \cdot (x_{n+1} - x_n)$$

und

$$\frac{\sqrt{A_n} - \sqrt{A_{n+1}}}{\sqrt{A_0}} = c \cdot \pi = \frac{\varkappa}{2}.$$

$\varkappa$ ist darin ein Maß für die Abnahme während einer Schwingung, da

$$A = A_0 \cdot \left(1 - \frac{\varkappa}{2\,\pi} \cdot x\right)^2$$

und

$$A_{[x = 2\,\pi]} = A_0 \cdot (1 - \varkappa)^2$$

Es entspricht also in gewissem Sinne dem log. Dekrement δ.

Da die beobachteten Interferenzkurven Bilder des zeitlichen Verlaufs der Schwingungen sind, so kann das Resultat dieser Rechnung an ihnen geprüft werden. Soll also unter Annahme der oben erwähnten Hypothese die Heydweillersche Theorie mit den Beobachtungen vereinbar sein, so müssen die Wurzeln aus den Amplituden der Interferenzkurven konstante Differenzen aufweisen.

Eine eingehende Prüfung des Beobachtungsmaterials ergibt nun in der Tat, daß diese Gesetzmäßigkeit mit guter Annäherung erfüllt ist; man kann aus allen Messungsreihen Werte von $\varkappa$ berechnen, deren mittlere Fehler von derselben Größenordnung sind wie die der log. Dekremente δ.

Das mag an sich verwunderlich erscheinen. Die Figuren aber zeigen, daß es praktisch sehr gut möglich ist. In Figur 8 und 9 sind neben den ausgezogenen Exponentialkurven die Kurven

$$y = A_0 \left(1 - \frac{\varkappa}{2\,\pi}\,x\right)^2$$

bezogen auf die Mittellinie, als gestrichelte Linien eingezeichnet. Sie

verlaufen anfangs über jenen, durchschneiden sie dann und nähern sich schneller der Mittellinie, um sie noch im Endlichen zu erreichen. Der Schnittpunkt mit der Mittellinie stimmt in Figur 8b sehr gut überein mit dem Punkte, wo die regelmäßigen Schwingungen aufhören und der Umschlag eintritt.

Die Unterschiede zwischen den beiden in Frage stehenden Abklingungsformen sind so gering, daß die schon ganz beträchtliche Genauigkeit der Messungen nicht ausreicht, eine eindeutige Entscheidung zwischen ihnen herbeizuführen. Jedenfalls kann man aus den Beobachtungen keinen Widerspruch gegen Heydweillers Theorie folgern. Ebensogut aber kann man, solange es nicht auf größte Genauigkeit ankommt, die untersuchten Schallwellen als logarithmisch gedämpft ansehen.

Nimmt man Heydweillers Theorie als gültig an, so folgt daraus wieder rückwärts, daß die Elongation der Schallwellen prop. dem Quadrat der Stromstärke ist. Ist diese gegeben durch:

$$a \cdot e^{-p\,t} \sin \nu\, t \quad \text{oder} \quad a \cdot e^{-p\,t} \cos \nu\, t,$$

so kann die Elongation der Luftwellen geschrieben werden:

$$A \cdot e^{-2\,p\,t} (1 \mp \cos 2\,\nu\, t).$$

Allgemein aber wird man zu schreiben haben: für den Strom:

$$a \cdot f(t) \sin \nu\, t \quad \text{bezw.} \quad a \cdot f(t) \cos \nu\, t$$

und für die Elongation in Luft:

$$\frac{a^2}{2} f(t)^2 (1 \mp \cos 2\,\nu\, t).$$

Darin ist f(t) die Funktion, die die zeitliche Abnahme der Schwingungen angibt.

Die Elongation der Luftwellen ist demnach zusammengesetzt aus einem aperiodischen und einem periodischen Summanden. Der aperiodische Teil entspricht vielleicht der nicht interferierenden Energie in den Interferenzkurven. Der periodische Teil ist stets ein Kosinus, unabhängig davon, ob die Stromschwingung durch eine Sinus- oder Kosinusfunktion gegeben ist.

Bestimmung der Phase.

Die letzte Folgerung des vorigen Abschnitts läßt sich nun in der Tat experimentell bestätigen. Es ist oben allgemein gezeigt worden, daß die Phase, mit der die Wellen einsetzen, in der Interferenzkurve erkennbar wird (pag. 8 ff.). Für die praktische Anwendung ist eine etwas andere Deutung der entwickelten Formeln zweckmäßig.

Der allgemeine Ausdruck:

$$W = \frac{A^2}{2\,k\,T} \cdot \left(1 + e^{-k\,\vartheta} \cos n\,\vartheta \pm \frac{k}{n}\, e^{-k\,\vartheta} \sin n\,\vartheta\right)$$

läßt sich umformen in:

$$W = \frac{A^2}{2\,k\,T} \cdot \left[1 + e^{-k\,\vartheta} \cos\left(n\,\vartheta \mp \operatorname{arc\,tg} \frac{k}{n}\right)\right].$$

Die Punkte, wo die entsprechende Kurve ihre Mittellinie durchschneidet, sind gegeben durch:

$$n\,\vartheta_h \mp \operatorname{arc\,tg}\frac{k}{n} = (2\,h - 1)\cdot\frac{\pi}{2}$$

Sie sind untereinander äquidistant um π; nur der Abstand des ersten vom Nullpunkt ist verschieden, je nach dem Vorzeichen der Phasenkonstante, wobei das obere Zeichen dem Sinus, das untere dem Kosinus entspricht. Für den ersten Punkt ist:

$$n\,\vartheta_1 = \frac{\pi}{2} \pm \operatorname{arc\,tg}\frac{k}{n}$$

d. h. aber: in der Interferenzkurve erscheint, gemessen auf der Mittellinie, das 0 te Maximum breiter oder schmaler als alle anderen Maxima und Minima, je nachdem die untersuchte Welle als Sinus- oder Kosinusfunktion einsetzt. Vorausgesetzt ist dabei, daß die Dämpfung hinreichend groß ist.

Als Beispiel für die Anwendung dieses Verfahrens möge Figur 5 dienen. Sie entspricht einem Dekrement von 0.47 und zeigt bis auf die Knickung des zweiten Minimums und Maximums ein ganz regelmäßiges Aussehen. Die Mittellinie liegt bei 63.2; die auf ihr abgemessenen Abstände der Durchschnittspunkte sind nahezu gleich und ergeben im Mittel 18 mm. Die Breite des mittleren (0 ten) Maximums, das ausgemessen ist, beträgt dagegen nur 16.5 mm. Trägt man daher vom Nullpunkt aus gleiche Längen von 9 mm auf der Mittellinie ab, so erscheinen alle Durchschnittspunkte gegen diese Marken verschoben nach links hin; nur der Anstieg des ersten Maximums, der in fast allen Kurven Unregelmäßigkeiten zeigt, weicht hier auch von der Regel ab. Der Sinn der Verschiebung gegen die Marken $(2\,h - 1)\frac{\pi}{2}$, entspricht dem unteren Zeichen der Formeln, d. h. die interferierende Welle setzt als Kosinusfunktion ein. An den eingezeichneten Marken ist auch die vertikale Verschiebung gut zu erkennen; sie soll vom Betrage $A \cdot \frac{k}{n} = A \cdot \frac{\delta}{2\,\pi}$ sein. Für $\delta = 0.47$ und $A = 30.6$ ergibt das 2.3 mm, eine Größe, die tatsächlich mit der Figur gut stimmt.

Alle anderen Kurven führen zu demselben Ergebnis. Bei größeren Dekrementen werden die Verschiebungen noch bedeutender, doch sind dann die weiteren Durchschnittspunkte nicht mehr deutlich zu beobachten.

Diese Phasenbestimmung ist natürlich sehr subtil und nur durchführbar auf Grund der großen Genauigkeit und Zuverlässigkeit, die den vorliegenden Messungen zuzuschreiben ist. Sie vervollständigt die experimentelle Bestätigung der oben berechneten Gestalt der Interferenzkurve und schließt die Frage nach der Natur und Entstehung der untersuchten Schallwellen mit einem entschiedenen Grund für die oben (S. 43) aufgestellte Hypothese.

Die Hauptergebnisse der vorliegenden Untersuchungen möchte ich kurz folgendermaßen zusammenfassen:

1. Die Rechnung ergibt, daß bei logarithmischer Dämpfung der interferierenden Welle die Interferenzkurve ein getreues Bild derselben darstellt. Für den Rückschluß aus der Interferenzkurve auf die interferierende Welle fehlt allerdings noch der Eindeutigkeitsbeweis.
2. Es ist gezeigt worden, daß bei hinreichend starker Dämpfung aus der Interferenzkurve die Phase bestimmt werden kann, mit der die interferierenden Wellen einsetzen.
3. Die Anwendung eines abgestimmten Empfängers erweist sich zur Aufnahme der Interferenzkurve als ungeeignet, da die meist unbekannte Eigenschwingung dieses Resonators die Interferenzen der auffallenden Welle überlagert.
4. Die Bestimmung der Wellenlängen ergibt für die untersuchten Schallwellen, daß ihre Schwingungsdauer gleich ist der Hälfte der Periode des elektrischen Systems. Ferner konnte erwiesen werden, daß diese Schwingungsdauer von der Selbstinduktion und Kapazität des Schwingungskreises in der Weise abhängt, wie es die Thomsonsche Formel verlangt.
5. Die beobachteten Interferenzkurven entsprechen bis auf einen konstanten Summanden sehr gut den berechneten. Vorbehaltlich des fehlenden Eindeutigkeitsbeweises folgt daraus, daß die untersuchten Schallwellen mit großer Annäherung durch logarithmisch gedämpfte Kosinuswellen dargestellt werden können.
6. Diese Resultate lassen sich vollkommen erklären durch die schon von Altberg u. a. aufgestellte Hypothese, daß die Schallwellen von der Wärmewirkung der elektrischen Wellen in der Funkenstrecke herrühren. Die Elongation der akustischen Wellen ist proportional der im Schwingungskreis fließenden Stromstärke, und zwar unabhängig davon, ob man diese nach der Kirchhoff-Thomsonschen oder nach Heydweillers Theorie ansetzt.
7. Genaue Dämpfungsbestimmungen aus den Interferenzkurven ergeben, daß das Dekrement der akustischen Wellen von der Funkenlänge in ganz analoger Weise abhängt wie das der elektrischen Wellen. Dagegen ändert sich das Dekrement mit dem Widerstand und der Selbstinduktion in sehr unregelmäßiger Weise, was sehr wahrscheinlich auf den Einfluß der Funkenstrecke zurückzuführen ist.

Lebenslauf.

Wolfgang Stockmann. Ich wurde geboren zu Kauffung, Kreis Schönau, am 1. Mai 1887 als ältester Sohn des Pastors Paul Stockmann und seiner Ehefrau Jenny, geb. Fischer.

Von Ostern 1893 bis Neujahr 1897 besuchte ich die Volksschule, meines Heimatdorfes. Meine weitere Ausbildung übernahm dann Herr Pastor Franz in Schönau, der mich soweit förderte, daß ich Ostern 1900 in die Ober-Tertia des städtischen Realgymnasiums zu Landeshut i. Schl. aufgenommen wurde. Dort erlangte ich Ostern 1905 das Zeugnis der Reife.

Seitdem studiere ich an hiesiger Universität vornehmlich Physik, Mathematik und Mineralogie. Ostern 1911 wurde ich Hilfsassistent am Physikalischen Institut der Universität, und diese Stellung habe ich auch jetzt noch inne.

Ich hörte Vorlesungen und nahm teil an den Übungen folgender Herren:

Abegg †, Baumgartner, Bohn †, Ebbinghaus †, Franz, v. Hase, Herz, Hintze, Kneser, Kühnemann, A. Ladenburg †, Landsberg, Lummer, Muther †, Pringsheim, Rosanes, Sachs, Sackur, Cl. Schaefer, Sturm und Waetzmann.

Allen meinen verehrten Lehrern sage ich für die freundliche Förderung meiner Studien aufrichtigen Dank.

Die vorstehende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Breslau ausgeführt. Herzlichen Dank sage ich allen denjenigen Herren des Instituts, die durch ihr freundliches Interesse an meiner Arbeit viel zu ihrem Fortschreiten beigetragen haben, besonders aber dem Leiter des Instituts, meinem hochverehrten Lehrer Herrn Prof. Dr. O. Lummer, dem ich die Anregung zu dieser Arbeit und mannigfache Beweise seines persönlichen Wohlwollens verdanke.